

Una caratterizzazione della coerenza forte per eventi non-classici

Tommaso Flaminio

Dipartimento di Scienze Teoriche e Applicate, Università dell’Insubria

Hykel Hosni

Centre for Philosophy of Natural and Social Science, London School of Economics

Franco Montagna

Immaginiamo la seguente situazione: dati gli eventi a_1, \dots, a_n , un allibratore A fissa un book $\beta : a_i \mapsto \alpha_i \in [0, 1]$, mentre uno scommettitore S sceglie $\lambda_1, \dots, \lambda_n \in \mathbb{R}$ e paga ad A la quota di $\sum_{i=1}^n \lambda_i \alpha_i$ al fine di ricevere, nel mondo possibile v , $\sum_{i=1}^n \lambda_i v(a_i)$. Un book β è detto *coerente*, se non esiste, per S , una strategia di scommesse che porti A ad una perdita sicura, ovvero tale per cui il bilancio del gioco calcolato da $\sum_{i=1}^n \lambda_i (\alpha_i - v(a_i))$ non sia positivo. Un famoso teorema dovuto a Bruno de Finetti [1], stabilisce che un book è coerente, se e soltanto se si estende ad una misura di probabilità finitamente additiva definita sull’algebra dagli eventi.

Questo concetto di coerenza può essere rafforzato nel seguente modo: un book β è detto *fortemente coerente* se per ogni scelta delle quote $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ da parte dello scommettitore, se esiste un mondo possibile v in cui il bilancio dell’allibratore è strettamente negativo, allora esiste anche un altro mondo w , in cui il bilancio è strettamente positivo [5].

In questo contributo, daremo una caratterizzazione dei book fortemente coerenti su eventi non-classici. In particolare ci concentreremo su quegli eventi che possono essere rappresentati come funzioni da un insieme finito X a valori nell’intervallo unitario reale $[0, 1]$. Il contesto algebrico su cui ci concentreremo è quindi quello delle MV-algebre [2] e il nostro risultato principale afferma che un book è fortemente coerente se e solo se esiste uno *stato fedele* [3] di una MV-algebra di funzioni $[0, 1]^X$ che lo estende. La nostra caratterizzazione estende e generalizza quella di Shimony [5] per eventi classici, e quella di Mundici [4] per eventi MV-algebrici.

Bibliografia

- [1] B. de Finetti, “Theory of Probability”, vol. 1, John Wiley and Sons, Chichester, 1974.
- [2] R. L. O. Cignoli, I. M. L. D’Ottaviano, and D. Mundici, “Algebraic Foundations of Many-Valued Reasoning”, Kluwer Academic Publ., Dordrecht, 2000.
- [3] D. Mundici, “Averaging the truth-value in Łukasiewicz logic”. *Studia Logica* **55**(1), 113–127, 1995.
- [4] D. Mundici: “Bookmaking over Infinite-valued Events”. *International Journal of Approximate Reasoning* **43**, 2006, 223–240.
- [5] A. Shimony: “Coherence and the Axioms of Confirmation”, *The Journal of Symbolic Logic*, Vol. 20, No. 1, 1955, 1–28.

