BOLLETTINO DI STORIA DELLE SCIENZE MATEMATICHE

Anno XXXI · Numero 2 · Dicembre 2011

PISA · ROMA
FABRIZIO SERRA EDITORE
MMXI

Autorizzazione del Tribunale di Pisa n. 13 del 17.07.2001.

Direttore responsabile: Lucia Corsi

*

Amministrazione e abbonamenti
Fabrizio Serra editore®
Casella postale n. 1, succursale n. 8, I 56123 Pisa

Uffici di Pisa: Via Santa Bibbiana 28, I 56127 Pisa,
tel. +39 050542332, fax +39 050574888, fse@libraweb.net

Uffici di Roma: Via Carlo Emanuele I, I 00185 Roma,
tel. +39 0670493456, fax +39 0670476605, fse.roma@libraweb.net

I prezzi ufficiali di abbonamento cartaceo e/o *Online* sono consultabili
presso il sito Internet della casa editrice www.libraweb.net.

Print and/or Online official subscription rates are available at Publisher's website www.libraweb.net.

I pagamenti possono essere effettuati tramite versamento su c.c.p. n. 17154550 indirizzato a:
Fabrizio Serra editore®
o tramite carta di credito (*American Express, Eurocard, Mastercard, Visa*).

ISSN 0392-4432
ISSN ELETTRONICO 1724-1650

SOMMARIO

«Bollettino di storia delle scienze matematiche» · Vol. XXXI · 2011 · Fasc. 2

UNA TRADUZIONE DELL'ALGEBRA DI AL-KHWARIZMI NELLA FIRENZE DEL XIV SECOLO

Nadia Ambrosetti

Abstract: This work presents the teaching of the solving technique for equations of the second degree described in the eighth century by al-Khwarizmi in his book Kitab al-hisab al-jabr w'al-muqabalah; the aim is to outline its history not only in the Latin translation by Gerard of Cremona, but especially in a further Tuscan vernacular version (about 1390), preserved in a manuscript (Florence, Biblioteca Nazionale, II.III.198), which has never been studied before, but only quoted in two manuscripts catalogues by Mazzatinti and van Egmond, and in a book about algebra in 14th century by Boncompagni. The manuscript transcription is given here.

1. Introduzione

All'inizio del IX secolo d.C., nella Baghdad del califfo al-Mansur, il colto scienziato al-Khwarizmi, originario della Khoresmia, scrive un testo di algebra (*Kitab al-hisab al-jabr w'al-muqabalah*) destinato a un notevole successo, sia nell'Oriente arabofono sia nel Mediterraneo arabo-europeo.

Questo manuale è stato considerato il fondamento dell'algebra moderna,[1] poiché offre un metodo completo per la risoluzione di equazioni di primo e secondo grado, grazie alle operazioni di *al-jabr* (spostamento di un termine da un membro all'altro dell'equazione) e di *al-muqabalah* (somma algebrica di termini simili). Il metodo prevede che l'equazione sia ricondotta, con le due operazioni suddette, a uno dei sei casi fondamentali (a, b, c razionali e positivi):

1. $ax^2 = bx$
2. $ax^2 = c$
3. $bx = c$
4. $ax^2 + bx = c$

Nadia Ambrosetti, Dipartimento di Informatica e Comunicazione, Università degli Studi di Milano, Via Comelico 39-41, 20135 Milano, nadia.ambrosetti@unimi.it

[1] Rashed 2007.

$$5.\ ax^2 + c = bx$$
$$6.\ bx + c = ax^2$$

per i quali vengono fornite le regole di risoluzione. Come si vede, il metodo ha validità generale e permette la risoluzione di classi di problemi, rappresentabili attraverso equazioni simili.

A segnare il passaggio di questo metodo alla cultura europea, stanno le tre traduzioni latine realizzate fra il XII e il XIII secolo in Spagna,[1] da Roberto di Chester (1145), Gerardo da Cremona (1170) e da Guglielmo de Lunis (1250), e la successiva penetrazione del metodo stesso nella pratica didattica delle scuole d'abaco del Mediterraneo. Nel primo quarto del XIII secolo, a beneficio dei mercanti europei, Leonardo Fibonacci da Pisa presenta (sempre in latino) nel suo *Liber Abaci* la *summa* del sapere aritmetico-algebrico, ricavato anche dai suoi studi nel mondo arabo.

Il graduale affermarsi del volgare e il differenziarsi della formazione matematica mercantile da quella di tradizione boeziana che aveva dominato il panorama delle scienze esatte nel periodo medievale, avrebbero determinato successivamente la necessità di una produzione di opere in volgare finalizzate alla diffusione di queste tecniche e al loro sviluppo a opera di altri matematici arabofoni, come al-Karaji o abu Kamil, o europei, come Fibonacci.[2] È il caso del *Tractatus algorismi* di Jacopo da Firenze,[3] del 1327, o dell'adespota *Liber Abaci* o *Libro di ragioni* (anch'esso databile all'inizio del XIV secolo e riferito da Arrighi e da van Egmond a Paolo dell'Abaco),[4] opere in cui si notano tracce della contaminazione con la letteratura d'abaco posteriore all'originale arabo.[5]

Più d'uno nel corso del Trecento si sobbarcò l'impresa di andare alla fonte, traducendo dal latino l'opera algebrica al-Khwarizmi; di qui le superstiti traduzioni in volgare: una (Vaticano, BAV, ms. Urb. Lat. 291) collegata alla perduta versione di Guglielmo de Lunis e studiata dalla Franci e da Hissette,[6] e una seconda, oggetto del presente lavoro, basata sull'opera di Gerardo da Cremona (Firenze, BNC, Fond. prin. II.III.198).

[1] Hughes 1982.
[2] Ambrosetti 2008.
[3] Høyrup 2006.
[4] Arrighi 1987, van Egmond 1978.
[5] Franci e Toti Rigatelli 1985, Heeffer 2008, Heeffer 2009, Ulivi 2002.
[6] Franci 2003, Hissette 2003.

2. Il manoscritto fiorentino

Descrizione

Firenze, Biblioteca Nazionale Centrale, Fond. prin. II.III.198

Sec. XIV[4]-XV[1], Firenze, cart. (diverse filigrane: arco con freccia senza penne, simile a Briquet 788 e 791; basilisco, simile a Briquet 2660; monte, simile a Briquet 11689; leone rampante, simile a Briquet 10499; corona, simile a Briquet 4716; stella in un cerchio, simile a Briquet 6068; corni da caccia, simili a Briquet 7669 e 7671; ascia, simile a Briquet 7505; bilancia, simile a Briquet 2372; frutta, non identificata; bilancia, simile a Briquet 2370). I fogli sono 165 e riportano più di una numerazione. Di seguito ci si è attenuti alla numerazione posta sul margine superiore, già utilizzata da van Egmond.[1] Dimensione dei fogli: 284-91 × 217. Rigatura: 1 colonna di 220-5 × 155-60 mm; ff. 1-59, righe 35; ff.60-65, righe 40-42; ff. 86-107, righe 28; ff. 113-118, righe 42; ff.124-125 e ff. 130-135, righe 32-35; ff. 147-165, righe 34-38. La copertina è di cartone bianco foderata in pergamena. L'inchiostro utilizzato è bruno.

Il codice è costituito da: (1) ff. 3r-59v: Anonimo, *Libro d'insegnare arismetricha*, 1390; (2) ff. 60r-65r, Anonimo, *Raccolta di problemi d'abaco*, 1425; 65v-85v: *vacua*; (3) ff. 86r-107v:[2] Anonimo, *Liber de algiebra e almuchabila*, 1392; ff. 108r-112v: *vacua*; (4) ff. 113r-118v: Leonardo Pisano, *Practica Geometriae*, 1390; ff. 119r-123v: *vacua*; (5) ff. 124r-125v: M.P.I. (?), *Ispermenti di geometria*, 1350; ff. 126r-129v: *vacua*; (6) ff. 130r-135v: M.P.I. (?), *Calendario*, 1390; ff. 136r-146v: *vacua*; (7) 147r-158v: Anonimo (ma Sacrobosco), *Tractato della spera*, 1380; (8) ff. 159r-165r/a: Anonimo, *Chiose sopra la spera predetta*, 1380; ff. 165r/b-165v: Anonimo, *Sydus venit saturnale* (Poemetto astronomico in 14 terzine).

Come si vede, la datazione[3] dei testi, pur differente, si concentra tuttavia per lo più nell'ultimo scorcio del XIV secolo; fanno eccezione solo gli *Ispermenti di geometria* del 1350 e la raccolta di problemi d'abaco, del 1425. La continuità del codice è spesso interrotta da carte bianche che sostituiscono i fogli originali perduti, sia tra le parti sia all'interno delle parti, come nel caso di (3), che, oltre a risultare acefala, presenta due evidenti lacune al suo interno (ff. 94r-95r e 101v-102r.).

[1] van Egmond 1980.

[2] ff. 94r-95r: *vacua*.

[3] La datazione della copia della traduzione dell'algebra può essere collocata alla fine del XIV secolo e viene effettuata grazie alle quattro filigrane, che risalgono precisamente al 1392 (Briquet 766 e 7671), al 1378 (Briquet 7505) e al 1383 (Briquet 2372).

I copisti che si sono avvicendati sono complessivamente cinque: infatti sono da attribuirsi alle stesse mani rispettivamente le parti 3 e 4; 5 e 6; 7 e 8, che evidenziano tra l'altro affinità di argomento. La scrittura è corsiva mercantesca per (1-3) e gotica cancelleresca per il resto del manoscritto.

I contenuti dei testi sono intrinsecamente connessi con il mondo delle scuole d'abaco, dal momento che vengono trattate con taglio didattico (come si evince dalla presenza consistente di esercizi e problemi) opere di aritmetica, geometria e algebra, tutte tradotte in lingua volgare. A completare questo, che si potrebbe definire, pur con abuso di linguaggio, 'quadrivio in volgare', si aggiunge la parte astronomica con il calcolo delle feste mobili[1] e il volgarizzamento del *De Sphaera* (di Sacrobosco, anche se l'autore non è indicato), seguito da chiose e da un poemetto adespota in latino sulla congiunzione fra Saturno e Giove.[2] I testi sono corredati di disegni esplicativi: nella parte di aritmetica, compaiono raffigurazioni di dita nell'atto di contare, di un barile e disegni geometrici; figure geometriche legate alle dimostrazioni dei tre casi composti; rimandi a margine per segnalare le regole e tabelle per il testo dei problemi trattati, nella parte di algebra.

La traduzione dell'algebra (3), di seguito attribuita a un anonimo Maestro fiorentino, occupa in effetti i soli i ff. 86r-105v ed è seguita (ff. 106r-107v) da una breve appendice in cui vengono sintetizzate le regole di risoluzione esposte in precedenza, in modo da offrire una sorta di prontuario di rapida consultazione.[3] Sono presenti a margine anche disegni geometrici, nei ff. 87r-89v e 113r-118v. Dal confronto puntuale del manoscritto con lo studio delle varianti proposto nell'edizione critica di Gerardo da Hughes,[4] emerge che la fonte della traduzione in volgare ap-

[1] Realizzato ad opera di un maestro, il cui acronimo M.P.I. non è stato ancora sciolto.

[2] Tale fenomeno aveva un profondo significato religioso, dal momento che si riteneva che fosse connesso con la nascita di Cristo. Secondo gli astronomi medievali, Giove era il pianeta dei Re e Saturno il pianeta della Palestina: dalla loro congiunzione ci si poteva attendere la nascita di un re in quella regione. Si direbbe quindi che la collocazione di questo poemetto al termine del manoscritto voglia alludere al senso religioso che gli studi astronomici e di calcolo potevano assumere, proprio come avviene per quasi tutti gli *explicit*, in cui compare la lode a Dio.

[3] Un 'prontuario' simile è presente anche in New York, Columbia University, ms. Plimpton 188, ff.85r-88r, attribuito a Regiomontano.

[4] Hughes 1986, p. 227. Delle 5 coppie di varianti utilizzate da Hughes per discriminare le due famiglie, due, ossia V-4 (II. B: *questio est destructa*, tradotto come *la tua quistione è destrutta*) e V-8 (VI: *capitula et eorum modos*, tradotto come *dei chapitoli e de' loro modi*), risultano conformi a quanto esibito dalla famiglia β e nessuna alle varianti della famiglia α. La variante V-1/V-2 (collocata nel capitolo I) non è confrontabile, dato che la traduzione in volgare non presenta questa parte. I restanti passi non sono comparabili con le due varianti utilizzate da Hughes, dal momento che viene utilizzata una sintassi diversa.

parteneva alla famiglia di manoscritti identificata dall'editore come β[1] e, in particolare, evidenzia legami con il ms. Milano, Biblioteca Ambrosiana, A 183 Inf., ff. 115-120, per l'omissione di alcuni passi e per l'aggiunta di alcuni commenti al calcolo e alla risoluzione di problemi. Nonostante la compatibilità cronologica, non è tuttavia possibile indicare il manoscritto ambrosiano come fonte diretta della traduzione volgare per via di alcune differenze sostanziali, di cui si darà puntualmente conto nelle note.

Storia

Benché la datazione riporti alla fine del secolo XIV, si hanno notizie sul manoscritto solo a partire dalla fine del XVI secolo. Come risulta infatti a carta 165v, nel 1595, il manoscritto[2] era di proprietà dell'aristocratico fiorentino Pietro Dini: nato a Firenze nella seconda metà del XVI secolo, Pietro ebbe interessi umanistici (appartenne all'Accademia della Crusca con lo pseudonimo di Pasciuto e fu console dell'Accademia Fiorentina), ma anche scientifici.[3] Nella sua consistente biblioteca manoscritta, raccolta nell'arco di tutta la vita, egli infatti annoverava, oltre al manoscritto in questione, almeno anche il Fond. prin. II.IX.114, contenente una copia del *Trattato d'abacho* di Benedetto da Firenze.

Durante la carriera ecclesiastica cui l'avviò lo zio materno, il cardinale Ottavio Bandini, Pietro ebbe l'occasione di incontrare personalmente Galileo: nel 1611, infatti, nei giardini del Quirinale assistette ad alcune dimostrazioni di Galileo riguardanti le macchie solari. Come è testimoniato da un fitto ma breve epistolario databile tra il febbraio e il maggio del 1615, il sincero interesse per la scienza che l'aveva spinto a diventare amico di Galileo, e il desiderio di difenderlo dalle accuse dei domenicani, soprattutto di Nicolò Lorini, lo indussero ad attivarsi anche presso il cardinale Bellarmino, sempre tuttavia consigliando allo scienziato pisano estrema prudenza nei rapporti con gli ecclesiastici. Al suggerimento del Dini di ridurre la teoria copernicana a ipotesi matematico-astronomica senza alcuna validità fisica per evitare problemi con la Chiesa, Galileo si mostrò garbatamente intransigente e questo segnò, di fatto, il raffreddarsi dei rapporti tra i due.[4]

[1] Tale famiglia è costituita da tre manoscritti principali e numerosi apografi; i tre ms. principali si trovano a Firenze (BNC, Conv. Soppr. J.V.18, ff. 80r-86v), in Vaticano (BAV, Vat. Lat. 5733, ff. 275r-287r) e a Milano (Biblioteca Ambrosiana, A 183 Inf, ff.115-120). Quest'ultimo sarà di seguito denominato ambrosiano per semplicità.

[2] Boncompagni 1862-1863, Mazzatinti 1899, van Egmond 1980.

[3] Formighetti 1991.

[4] Abetti 1945, Banfi 1961, Geymonat 1969.

Alla morte del primo proprietario conosciuto, il manoscritto rimase di proprietà della famiglia Dini fino alla sua acquisizione da parte della Biblioteca Magliabechiana nel 1819, quando la biblioteca, che sarebbe poi diventata la Biblioteca Nazionale di Firenze, si stava accrescendo soprattutto con opere di contenuto scientifico, italiane ed europee.[1] Per ciò che riguarda, in particolare, il fondo nazionale o principale, esso si costituì agli inizi dell'Ottocento con parte dei manoscritti della vecchia sezione magliabechiana e fu arricchito in seguito, fino al 1905, con manoscritti provenienti dalle biblioteche dei conventi soppressi, e con manoscritti di acquisto o dono.

3. Criteri di edizione

La trascrizione del testo, che nell'apparato verrà indicato con **C**., è stata eseguita utilizzando una grafia il più possibile conservativa. Lo scopo è stato infatti di mantenere, nella maniera quanto più rigorosa possibile, l'espressione originale, anche con sfumature vernacolari fiorentine (ch per c).

Si sono seguiti questi criteri:

– si è utilizzato l'uso moderno per ciò che concerne la punteggiatura, i segni paragrafematici (maiuscole, apostrofi, accenti, ecc.), le semivocali;
– si sono corretti gli errori di trascrizione, dovuti a distrazione, o a meccanismi tipici della pratica scrittoria e sono state reintegrate le evidenti omissioni, anche avvalendosi della versione latina di Gerardo nell'edizione di Hugues, che in apparato indicheremo con **G**.;
– per mantenere almeno in parte le univerbazioni che riproducono il parlato, rendendo tuttavia esplicita la distinzione tra i due vocaboli, si è utilizzato il punto in mezzo;
– è stata esplicitata la nasale abbreviata con il *titulus* e si sono sciolte le abbreviazioni tipiche del sistema tachigrafico medievale (la *p* con l'asta tagliata viene trascritta *per*; i simboli monetari vengono trascritti con il nome esteso) e tutte le altre abbreviazioni, che sarebbero altrimenti risultate oscure;
– non sono stati riprodotti numeri o parole eventualmente cancellati dal copista (tranne in un solo caso in cui l'assenza del termine rendeva il testo di difficile interpretazione);
– le integrazioni congetturali sono state riportate tra parentesi acute < >. Nel caso di lacune insanabili, dovute a deterioramento o ad as-

[1] Mannelli Goggioli 1996, Mannelli Goggioli 2000, Pirolo e Truci 1996.

senza della pagina, si è proceduto ad un'integrazione con la traduzione dell'equivalente passo di Gerardo (in corpo minore), nei passi in cui i due testi procedevano presumibilmente in parallelo; si è invece indicata la presenza della lacuna laddove il testo latino non poteva essere utilizzato come riferimento, per l'assenza del passo corrispondente: ciò si è verificato nella parte dei problemi commerciali, del tutto originale e più legata al contesto economico fiorentino;
- è stata introdotta la stessa articolazione in capoversi dell'edizione critica di Gerardo realizzata da Hughes, con l'aggiunta della numerazione delle sezioni, per permettere un confronto diretto con il testo latino, ed evidenziare differenze strutturali o contenutistiche.

Da un punto di vista matematico, si segnalano numerose scorrettezze di contenuto dovute verosimilmente alla scarsa familiarità del copista con l'argomento trattato. Si è proceduto pertanto alla rilevazione e alla correzione degli errori, riportando in nota i dettagli del testo originale e l'eventuale confronto con il corrispondente passo latino, laddove esistente.

Infine, sono state omesse dall'edizione le tabelle poste nel margine dal traduttore o dal copista: esse avevano lo scopo di rendere la trattazione dei vari problemi più facilmente individuabile nel testo, esattamente come avviene per i contenuti salienti in molti manuali contemporanei. A titolo di esempio, il primo dei modi composti è così sintetizzato:

censo	radice	numero
1	10	39

4. Testo

<I. *Numerazione e termini algebrici*>

Costui, dopo la lode a Dio e la sua esaltazione, ha detto: dopo aver considerato ciò che è necessario per il calcolo, ho scoperto che tutto ciò sarà numero e ho trovato che ogni numero è composto da unità. Pertanto l'unità è il fondamento di ogni numero. E ho scoperto che tutto ciò che dei numeri può essere espresso a parole è che l'unità procede fino alla decina. Anche il dieci procede dalla singola decina che poi è raddoppiata e triplicata etc. come avviene all'unità. Da esso derivano il venti e il trenta e gli altri (multipli di dieci) finché si completa il centinaio. Poi il centinaio raddoppia e triplica, come avviene per la decina, e provengono da esso il duecento e il trecento, e così fino al migliaio. Dopo di che allo stesso modo si reitera il procedimento per il mille per ogni unità di grandezza fino al limite superiore dei numeri da considerare.

Poi ho trovato che i numeri necessari al calcolo algebrico saranno di tre modi, ossia: radici, censo e numero semplice, non collegato alla radice né al censo. La radice, che è uno di essi, è tutto ciò che è moltiplicato in sé dall'unità, e i numeri, che sono sopra di essa, e le frazioni, al di sotto di essa. Il censo invece è tutto ciò che si ottiene dalla moltiplicazione della radice per se stessa. Il numero semplice invece è qualsiasi numero che può essere espresso a parole, senza riferirlo alla radice né al censo.

<II. *I modi delle equazioni*>

<A. Tre modi semplici>

Dunque tra questi tre modi si possono stabilire uguaglianze reciproche. Il che è come se tu dicessi: "Un censo è uguale a radici" e "Un censo è uguale a un numero" e "Le radici sono uguali a un numero". Un esempio di "Un censo è uguale a radici" si avrebbe se tu dicessi: "Un censo è uguale a cinque radici". Il censo è venticinque. Infatti esso risulta uguale a cinque sue radici. E se tu dicessi: "Un terzo del censo è uguale a quattro radici." Dunque tutto il censo vale dodici radici, che fa centoquarantaquattro. E se tu dicessi: "Cinque censi sono uguali a dieci radici." Dunque un censo è uguale a due radici. Pertanto la radice del censo è due e il censo è quattro. Allo stesso modo, il censo maggiore o minore di uno, si ridurrà a un censo. E si procede allo stesso modo nei casi in cui i censi siano uguali alle radici. Invece, un esempio di "il censo che è uguale a un numero" si ha quando si dice: "Un censo è uguale a nove". Il censo è uguale a nove e la sua radice è tre. E come se dicessi: "Cinque censi sono uguali a ottanta". Allora un censo è un quinto di ottanta, che è sedici. E come se dicessi: "La metà del censo è uguale a diciotto." Pertanto il censo è uguale a trentasei. E allo stesso modo ogni censo superiore o inferiore all'unità viene riportato a uno. E si procede allo stesso modo nei casi in cui i censi siano uguali a numeri. Invece, un esempio di "radici che sono uguali a numeri" si avrebbe, se tu dicessi: "Una radice è uguale a tre". La radice è tre. E il suo censo è nove. O se dicessi: "Quattro radici sono uguali a venti". Una radice è uguale a cinque. E allo stesso modo se tu dicessi: "La metà della radice è uguale a dieci". Dunque la radice è venti e il suo censo è quattrocento.

<B. Tre modi compositi>

<f. 86r> Di fuori di questi tre modi, che sono censo, radice e numero, si truovono altri 3 modi compositi e simigliante mente sono 3 generazioni, che si chiamano modi compositi, i quali sono questi: il primo modo dei compositi si è sì come il censo e·lla radice s'agualglia a'numeri; il secondo modo come il censo e 'l numero s'agualgliano alla radice; il terzo modo come la radice e <i> numeri s'agualgliano al censo.

Il censo e·lle radici che s'agualgliano al numero è sì come dicessi: «Il censo e 10 radici sono iguali di 39».[1] La reghola si è che, se ad alchuno censo sia agiunto lo iguale di 10 sua radice, sarà tutto quello cotale giungnimento 39 per numero, e noi volem sapere quanto farà per numero quello cotale censo.

La reghola si è questa, che sempre si dee dimezare le radici, che è il $\frac{1}{2}$ di 10, e è 5, e·poi la multipricha per sé medesimo, che fia 25, e giungnile sopra 39, che fa 64; pilglia la radice, che è 8, del quale 8 trai la metà della radice, che è 5; ri-

[1] 39: 39 moltiprichato per 3, che sarà la radice della ragione **C**.

mane 3, il quale 3 è radice del censo e 'l censo sarà 9. E se dicessi 2 censi overo 3, sempre riduci la quistione a uno censo, come detto è al davanti. Ed è sì come dicessi: «2 censi e 10 radici sono iguali di 48 numeri». Prendi la metà di tutto, si rimarrà che uno censo e 5 radici sono iguali di 24 dramme. Poi parti le radici e moltiprichale e giungnile in sé i numeri e ramenalo, come ò detto di sopra #; e, se dicessi $\frac{1}{2}$ censo e 5 radici sono iguali di 28 dramme, si radoppia tutto e poi si ramena, chome è detto di sopra.

<f. 86v> Lo censo e 'l numero che s'agualgliano alle radici, sono sì come tu dicessi: «Il censo e 21 numeri sono iguali a 10 radici».[1] La reghola della quistione si è questa: volendo sapere che sarà la radice e che il censo, tu dei dimezare le radici, che·nne viene 5, e multiprichare in sé medesime, sono 25; trane i 21 numeri, resta 4; pilglia la radice di 4, che è 2, lo quale 2 trai della metà delle radici, che era 5, rimane 3 e quest'è la radice del censo e 'l censo sarà 9. E se·ttu giungnerai 2 al 5, farà 7 e sarà la radice e 'l censo 49; e poi, se.tti viene alchuna quistione che·tti meni a questo secondo chapitolo, prova la verità chol giungnimento; e, se·ttu non ne truovi la verità chol giungnimento, sanza dubio sarà chol menovamento. Questo si è uno de 3 chapitoli nel quale bisongna lo dimezamento della radice chol giungnimento e col menovamento. E dei savere che, quando tu dimezerai le radici in questo chapitolo, tu·lle moltipricherai in sé e, <se> quella cotale multiprichazione sarà meno che i numeri che sono chol censo, la tua quistione è destrutta in falso, overo innopinabile. E se i numeri che sono col censo sieno iguali alla detta moltiprichazione, allora la radice del censo sarà iguale alla metà della radice, sanza agiungnervi o menovarvi suso nulla. E tutte le quistioni che·tti verranno o più o meno d'uno censo, sì·lle ramena a uno censo, chome ò detto dinanzi nell'altre quistioni.

Le radici e numeri che sono iguali al censo è sì come dicessi «3 radici e 4 numeri sono iguali a uno censo». La reghola <si è> che demezi le radici, che sono 3, che verrano $1\frac{1}{2}$; moltipricha in sé, fa $2\frac{1}{2}$; giungnilo sopra 4 numeri, ai $6\frac{1}{4}$; prendine la radice, che è $2\frac{1}{2}$, giungnilo sopra la metà della radice; arai 4: quest'è la radice del censo e 'l censo sarà 16 e ongni censo, cresciuto <o> amenovito, sempre il torno a uno, com'è detto al davanti.

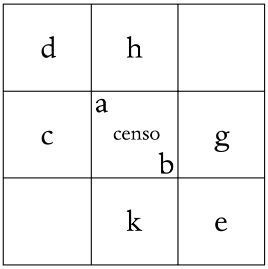
E questi sono <i> 6 modi de' quali nel principio da questo libro nominammo e qui gli abiamo spianati; e sì dicemmo di sopra che di 6 modi **<f. 87r>** i 3 bisongnavano i dimezamenti delle radici. Le quali reghole che necessita apresso ordineremo.[2] Quella cosa per la quale la medietà delle radici ne' tre altri chapitoli sarà necessario, col verificamento di que' chapitoli sì porremo. Da qui innanzi faremo la forma per la quale forma verremo alla chagione del dimezamento delle radici.

[1] radici: dramme **C**.

[2] Le reghole che necessita le quali apresso ordineremo. **C**. Quorum regulas et necessitates in precedentibus ostendimus **G**.

<III. *Dimostrazione delle regole*>

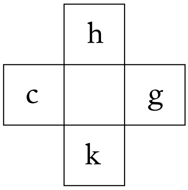
La chagione si è questa: il censo e 10 radici sono iguali di 39 dramme; faremo dunque a lui, cioè al censo, soperficie quadrata dei non cogniti lati, la quale[1] superficie quadrata dei non cogniti lati, sarà detta superficie del censo, la quale superficie e·lla radice sua volen sapere, la quale sarà superficie sengnata con *.a.b.*



E p<er>ò ciaschuno lato di quella superficie sarà sua radice; e ciascuno delli lati suoi, quando in alchuno numero si multipricherà, allora quello chotale multiprichamento sarà numero delle radici, de' quali numeri ciascheduno sarà sì come radice di quella superficie. Dapoi che queste cose dette saranno e noi sapremo che con chatuno censo sono 10 sue radici di quelo censo, sì·nne pilglierò il $\frac{1}{4}$ di quello 10 radici, che sono radici $2\frac{1}{2}$, e faronne a ciaschuno lato del censo una.

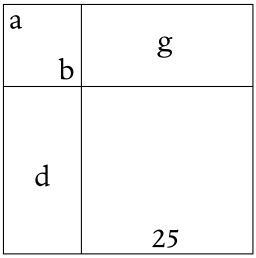
Sarà dunque una superficie prima, che è superficie *.a.b.* e co·llei agiunte saranno 4 superficie iguali alla lungheza, le quali sono iguali delle radici *.a.b.* e per ampieza fien $2\frac{1}{2}$. Le quali sono superficie *g.h.c.k.* Dunque alla superficie delli non saputi lati e degli noti anghuli sì vi menoma tutto ciò che dalli 4 cantoni è sotratto sopra ciascuno d'uno delgli angholi, si è moltitudine di moltiprichazione di $2\frac{1}{2}$ in sé 4 vie, acciò che **<f. 87v>** se ne conpia la superficie quadrata; dunque $2\frac{1}{2}$ in sé fanno $6\frac{1}{4}$ e 4 vie $6\frac{1}{4}$ fa 25. Già qui dinanzi avian saputo che·lla prima superficie, che è superficie del censo, e 4 superficie che sono agiunte a·llui, le quali sono 10 sue radici, sono intra quelle superficie del censo; e·lle dette 4 superficie <sono> 39 per numero.[2] Quando allo detto 39 noi gli agiungneremo lo 25, lo quale si raghuna da 4 quadrati, li quali sono sopra gli quatro anghuli della superficie *.a.b.*, si·nne compierà la quadratura del<la> magiore superficie, che è superficie *.d.e.* E noi sapiamo che tutto quello è 64; dunque l'uno de' suoi lati si è la sua radice, cioè 8; del quale 8 trane quello che è iguali al $\frac{1}{4}$ di 10 2 volte, che è 5, e rimarrà 3, il quale 3 è il lato della superficie del censo; dunque il censo fia 9, cioè quello censo che è dentro sengnato *.a.b*.

[1] la quale sia **C**. [2] sunt ex numeris triginta novem G.



Ma noi sì dimeziamo le radici, ch'è 10, e vienne 5, e poi le multipricheremo in sé e agiungnialle al numero, che è 39; e·ccosì faciano acciò che se ne conpia la magiore superficie con quello che dalgli 4 chantoni n'è sottratto, ch'è moltitudine di $2\frac{1}{2}$ in sé 4 volte e di ciò che·nne viene, si è moltitudo della metà della radice in sé. E noi non curiano[1] della moltiprichazione della metà dele radici in sé, poi ché·lla loro quarta, in sé moltiprichata e agiungnionsi insieme, fanno altretanto.

È dunque a sapere di quella forma altra forma di superficie, la quale forma si·nne genera a quella fine medesima per altra via: è forma la quale è questa, che noi porremo lo censo similgliante mente superficie quadrata, sì chome noi ponemo di sopra, e porremo lo censo superficie quadrata, la quale fia superficie *.a.b.*, la quale fia censo. O<ra> volemo agiungnere a·llei lo iguale di 10 sua radice.

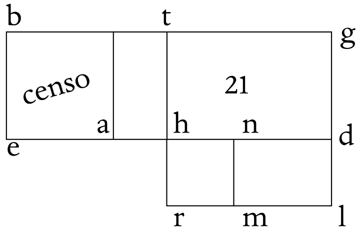


Dimezeremo dunque 10, che sarà 5, e faremo di lui 2 superficie sopra due lati della superficie *.a.b.*, la quale è detta censo, le quali sono 2 superficie **<f. 88r>** *.d.g.*, delle quali la lungheza loro sono iguali alla superficie *.a.b.* e l'ampieza loro 5, lo quale 5 è la metà di 10; rimarrà a noi dunque la superficie *.a.b.* quadrato, lo quale sarà di 5 in 5, lo qual è la metà di 10 radici, lo quale noi agiungneremo sopra 2 parti della superficie prima. Sapiamo adunque che·lla superficie prima è 'l censo e 2 superficie, le quali sono sopra 2 parti della superficie ch'è posta lo censo, si sono 10 sue radici e tutto questo è 39 e, acciò adunque che se ne conpia lo magiore quadrato, sarà tutto ciò che·sse ne raghumerà, 64. E pilgliane la radice, che è 8, che è uno de' lati della magiore superficie. Poi, se noi ne menomeremo dell'uno di quelgli lati, lo quale dicho che noi gli agiungneremo, che fu 5, rimarranno a·llui 3, lo quale 3 si è lo lato della superficie *.a.b.,* lo

[1] quriano **C**.

quale fue censo, e quello 3 si è la sua radice. Dunque tutto lo censo sarà 9; dunque la superficie, che noi ponemo censo *.a.b.*, si è 9.

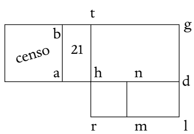
E noi faremo forma ogimai al secondo chapitolo de' compositi, che dice sì come lo censo e 21 dramma sono eguali a 10 radici sue; e però porremo lo censo superficie quadrata de non saputi[1] lati, lo qual sia superficie *.a.b.* e poi sì agiungneremo a·llei una superficie de equidistante lati, la cui[2] largheza sarà eguali all'uno de' lati del censo posto di sovra, lo quale lato è *.g.d.* e superficie sia *.g.a.* E porrò quella cotale superficie, che fia 21 per numero; sarà adunque la lungheza de superficie simiglianti di lato *.e.b.*,[3] le quali sia lato *.g.d.*: noi gia avian saputo che·lla lungheza sua si è 10 per numero.[4]

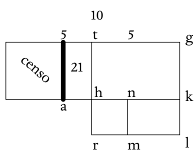


Di tutte le superficie quadrate delli equali lati e angholi, se uno lato si moltipricherà in 2, sarà 2 suoi lati di quella superficie, cioè 2 radici di quella superficie. Dapoi che detto è **<f. 88v>** che 'l censo e 21 dramma sono iguali di 10 radici e noi sapiamo che·lla lungheza dello lato della superficie *.e.g.*[5] est 10, inperò che·llo lato *.e.b.* è radice del censo; inperò, partito il lato *.e.d.* in due m<ez>zi sovra lo punto *.d.h.*, erigherò sopra la linea *.h.t.* Manifesta chosa è dunque che·lla linea *.h.d.* è equale della linea *.h.e.* ma a·nnoi già fu manifesto che·lla linea *.h.d.* est <e>q<u>ale di linea *.b.t.*; adunque agiungnerò alla linea *.h.t.* quello che sia iguale al soperchio della linea *.d.h.* super *.h.t.*, acciò che·sse ne quadri la superficie della linea *.t.r.*, la quale è iguale *.t.g.*, come *.d.h.* fu iguale *.e.h.*; e pervorran de superficie quadrata, la quale superficie sarà *.l.t.*, e quella si è quella che, adreghata della moltiprichazione della metà delle radici, lo qual è 5, in 5, fa 25. La superficie *.a.g.* si fu già 21 per numero, lo quale già fu agiunto al censo; dopo questo, si faremo super la linea *.h.r.* superficie quadrata de eguali lati e degli eguali angholi, la quale sarà superficie *.m.h.*; già aven saputo che[6] *.h.t.*

[1] saputi: *corretto da* conti. [2] qui **C**. [3] *.a.b.* **C**.

[4] In C la figura che segue compare sia nel recto che nel verso della carta 88. Le due figure, che riportiamo, sono leggermente diverse tra loro e dalla figura di **G** di cui ci siamo serviti per correggere sia la figura che il testo.

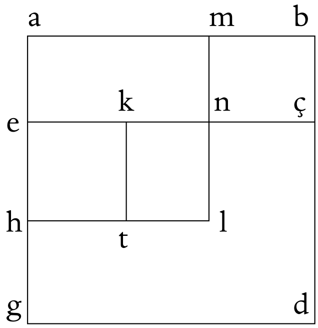




[5] *.e.d.* **C**. [6] he **C**.

<è> eguale *.e.b.*, ma *.b.e.* si è eguali *.d.e.* Dunque *.h.t.* si è iguale *.a.e.*, dunque *.h.a.* reliqua sarà eguale reliqua *.h.r.*, ma *.h.r.* si è eguali *.m.n.*; dunque, *.m.n.* si è eguali *.h.a.*, ma *.t.r.* già fu eguale *.r.l.* e *.h.r.* è iguali a *.m.r.* Dunque *.m.l.* reliqua si è eguali *.t.h.*[1] reliqui, dunque la superficie *.l.n.* si è eguali della superficie *.t.a.* Noi aven saputo che la superficie *.l.t.* è 25 a·nnoi; dunque, dapoi che noi di sopra alla superficie *.g.h.* agiungnereno **<f. 89r>** la superficie *.l.n.*, la quale sia 21, si·rrimarrà a noi la superficie piccina, la qual è superficie *.n.r.* e quella si è lo soperchio ch'è intra 21 e 25, lo quale soperchio si è 4. La radice del quale si è *.h.r.*, ma ella si è iguali *.h.n.* e quello si è 2, ma *.h.e.* si è la metà delle radici, la quale metà si è 5; dunque, se noi ne trareno *.h.a.*, la qual è 2, rimarrà 3, lo quale 3 si è linea *.a.e.*, la quale si è radice del censo e·llo censo sarà 9; e questo si è quello lo quale noi volemo dimostrare.

Detto avemo di sopra i·llo terzo chapitolo sì come 3 radici e 4 dramme sono iguali di censo; e però noi volemo dimostrare la ragione del suo dimezamento. E però si porrà una superficie quadrata, la quale porremo che·ssia censo, la quale superficie sarà de non cogniti lati, ma·lle latora sieno iguali e·lli angholi iguali, la qual è superficie *.a.d.*



Dunque tutta questa superficie si rauna 3 radici e 4 dramme, le quali adietro t'òe detto. Dunque di tutte le quadrate superficie, se uno lato si moltipricha in un altro lato, si è radice di quella superficie. Dunque del *.a.d.* si·nne talglierò la superficie *.e.d.* e porrò l'uno de' lati suoi, lo qual è 3, lo qual è numero delle radici; quello chotale lato si è equale *.ç.d.* a.nnoi; adunque, dapoi che·lla superficie *.e.b.* è 4, lo quale 4 si è agiunto al numero delle radici sì partito, dunque lo lato di *.e.g.*, lo quale è 3 radici, in 2 mezzi **<f. 89v>** sopra 'l punto *h* e poi si farò di quello lato diviso superficie quadrata, la quale sarà superficie. *e.t.* e quella sarà quello che viene per la metà del dimezamento della radice, lo quale in $1\frac{1}{2}$ in sé, che·nne viene $2\frac{1}{4}$; dopo questo, <si> agiungha alla linea *.h.t.* quello che sia ighuale *.a.e.*, la quale fia linea *.t.l.*; agual divenne siefatta la linea *.h.l.* eguali della linea *.a.h.* e provien de superficie quadrata, la qual si è superficie *.h.m.*, già sì·cci·è manifesto a·nnoi che·lla linea *.d.g.* si è eguali linea *.e.ç.* et *.e.h.* si è eguali *.l.n.* Rimane, dunque, *.g.h.* eguali *.n.ç.*, ma *.g.h.* si è eguali *.k.t.*: dunque, *.k.t.* si è

[1] *.b.e.*C.

iguali *.n.ç.*, ma *.m.n.* si è iguali *.t.l.*; superficie dunque, *.m.ç.* sarà iguali alla superficie *.k.l.* Noi aviamo saputo già che·lla superficie *.a.ç.* est 4, lo quale si è agiunto alle 3 radici; fu dunque superficie *.a.n.* e superficie *.k.l.* simile ed eguale alla superficie *.d.e.*, la quale è 4; adunque, ci è manifesto che la superficie *.k.h.* si è la metà della radice, la quale metà si è $1\frac{1}{2}$ in sé, lo qual è $2\frac{1}{4}$ e, giuntovi 4, che sono superficie *.a.n.* e superficie *.k.l.* tutto ciò che·sse ne rauna sarà $6\frac{1}{4}$, la chui radice sia $2\frac{1}{2}$, lo quale $2\frac{1}{2}$, si è lato *.h.a.*; di già rimase a noii de·llato del quadrato primo, lo quale èe superficie *.a.d.* che è **<f. 90r>** tutta la superficie del censo e·lla metà della radice, lo quale è $1\frac{1}{2}$, et linea *.g.h.* Quando noi agiungneremo sopra la linea *.a.h.*,[1] la qual è la radice di superficie *.h.m.*, la qual è $2\frac{1}{2}$, la linea *.g.h.*, la qual è la metà di 3 radici, la qual è $1\frac{1}{2}$, sì farà[2] tutto quello 4, lo quale si è linea *.a.g.* e questa si è la radice del censo, la qual è superficie *.a.d.* Quello si è 16, la quale cosa aven voluto dimostrare.

Io adunque ritrovai che ongni cosa che viene dal compitamento, cioè dallo componimento dell'algebra e almuchabila, essere impossibile che non provengna <da> al<c>uni de 6 chapitoli, li quali io t'òe dimostrati nel principio di questo nostro libro.

<IV. *Capitolo sulla moltiplicazione*>

Ogimai sì·tti mosterrò come si moltiprichano le cose, cioè le radici l'una nell'altra, quando saranno singhulare, cioè quand'elle saranno solette, e quando 'l numero sarà co·lloro overo quando il numero fia tratto di loro, over quand'elle fier tratte del numero; e come l'una si giungne coll'altra e come l'una si trae dell'altra.

Sappi adunque che uno di due numeri de' quali l'uno si moltipricha in dell'altro, e·ssi radoppia, e·ssi moltipricha, secondo la quantità dell'unità che è nell'altro; sed elgli fia articholo e con quello articholo fossono unità over l'unitade <ne fossono menimate>,[3] non potrà esse che·lla sua multipricazione non sia 4 volte, cioè articholo in articolo e unità in unità e unità in articolo e articolo in unità che, se tutte l'unità che saranno coll'articolo saranno agiunte overo saranno tratte, allora la quarta moltiprichazione sarà agiunta, ma, se l'una di loro sarà agiunta e·ll'altra menomata, allora la quarta moltirpichazione sarà menimata e poremotene essempro. Sì come se·ttu dicessi «moltiprichami 10 e uno in 10 e 2», moltipricha 10 vie 10: fanno 100; e uno vie 10 fa 10; e giungni; e 2 vie 10 fa 20; e giungni; e uno vie 2 fa 2; agiungni e troverrai tutto quello moltipricamento 132.

<f. 90v> E se·tti fosse detto «10 meno uno in altretanto, cioè in 10 meno uno», si farai così: 10 vie 10 fa 100; e uno meno in 10 fa 10 meno; e uno meno in 10 fa 10 meno; e uno meno vie uno meno fa uno più; sì che farà tutto il numero 81. E se dicessi «10 e 2 vie 10 men uno», sì fa': 10 vie 10, 100; e uno meno vie 10, fa 10 meno; e 2 più vie 10, fa 20 più; ai 110; e 2 più in uno meno sì fa 2 meno;

[1] *.a.g.* **C**. [2] farì **C**.
[3] aut fuerint unitates excepte ex eo **G**.

sarà dunque tutto il numero 108. Questo non t’ò io detto se non è per mostrarti come si moltipricano le cose l’una nell’altra, quando sarà ch’a·lloro lo numero <sia agiunto>[1] overo quando il numero sarà tratto di loro overo quand’elle saranno tratte di numero. E se·tti fosse detto «moltipricha 10 dramme meno cosa in 10 dramme», si farai così: 10 vie 10 fa 100 dramme, o vero numeri e cosa meno vie 10 fa 10 cose meno; e così avrai 100 dramme meno 10 cose. E se dicessi «10 dramme e cosa più vie 10 dramme», sì fa’: 10 vie 10 fa 100; e cosa più in 10 fa 10 cose più; sì che avrai 100 dramme e 10 cose più. E se dicessi «moltipricha 10 dramme e cosa vie 10 dramme e cosa», sì fa’: 10 vie 10 fa 100 e cosa più in 10 fa 10 cose più; e anche cosa più in 10 fa 10 cose più; e cosa più vie cosa più fa censo più; e così avrai 100 dramme e uno censo e 20 cose più. E se dicessi «10 meno cosa vie 10 men cosa», fa’: 10 vie 10 fa 100 dramme; e cosa meno vie 10 fa 10 cose meno; e cosa meno vie 10 fa 10 cose meno; e cosa meno vie cosa meno fa uno censo più; e così avrai 100 dramme e uno censo e 20 cose meno. **<f. 91r>** E se dicessi «una dramma meno $\frac{1}{6}$ vie una dramma meno $\frac{1}{6}$», fa’ così e di’: dramma meno $\frac{1}{6}$ sono $\frac{5}{6}$ di dramma; dunque moltipricha $\frac{5}{6}$ vie $\frac{5}{6}$ fa $\frac{25}{36}$; e·lla reghola si è questa, che·ttu facci: dramma in sé fa dramma; e $\frac{1}{6}$ meno in dramma fa $\frac{1}{6}$ meno; e $\frac{1}{6}$ meno in dramma fa $\frac{1}{6}$ meno; sono dramma meno $\frac{1}{3}$; e $\frac{1}{6}$ meno vie $\frac{1}{6}$ meno $\frac{1}{36}$ più; dunque farà tutto il moltiprichamento $\frac{2}{3}$ e $\frac{1}{36}$, che sono $\frac{25}{36}$. E se dicessi «10 meno cosa vie 10 e cosa», sì farai: 10 vie 10 fa 100; e 10 vie cosa meno fa 10 cose meno; e 10 vie cosa più fa 10 cose più; e cosa più vie cosa meno fa un censo meno; dunque arai 100 dramme meno un censo però che·lle cose più si abatteremo per le cose meno e rimase 100 dramme meno un censo. E se·tti dicesse «moltiprichami 10 men cosa in cosa», dirai: «10 vie cosa fanno 10 cose; e cosa meno in cosa fa censo meno; sono 10 cose meno censo». E se·tti dirà «10 e cosa in cosa e 10 meno», dirai: «cosa in 10 fa 10 cose; e cosa in cosa fa censo; e 10 meno in 10 fa 100 dramme meno; e 10 meno in chosa fa 10 cose meno; dicho dunque ched è censo 100 meno, poi ché cho·llui sia contraposto che <è> inper ciò, poiché gitteremo 10 cose di 10 chose più e rimarrà lo censo e 100 dramme meno». E se·tti dirà «10 dramme e metà di cosa in metà di dramma meno 5 cose», fa’ metà di dramma in 10 dramme fa 5 dramme; e metà di dramma in metà di cosa fa $\frac{1}{4}$ di cosa più; e 5 cose meno in 10 dramme fieno 50 cose meno; e 5 cose meno in metà di cosa fierno censi 2 $\frac{1}{2}$ meno. Dunque quelle 5 dramme meno censi 2 $\frac{1}{2}$ e meno radice 49 e $\frac{3}{4}$. **<f. 91v>** E se·tti dirà «10 e cosa in cosa meno 10», è sì come dicessi «cosa e 10 in cosa e 10 meno»; dunque dico: cosa vie cosa fa censo; e 10 in cosa fa 10 cose più; e 10 meno in cosa fa 10 cose meno.[2] Or si lascino i più choi meno e rimarrà censo; e 10 meno in 10 fa 100 meno più lo censo. Dunque tutto quello è il censo meno 100 dramme e tutto quello che per moltiprichazione dell’agiunto e del menimamento, sì come della cosa meno in della cosa fa più, in della direta moltiprichazione, si menoma.

[1] quin cum eis fuerit numerus **G**. [2] meno 1 **C**.

<V. *Capitolo sulla somma e la sottrazione*>

Radice di 200 meno 10 agiunta a 20 meno la radice 200 si farà 10. E·lla radice di 200 meno 10 tratta di 20, levatone la radice di 200, è 30 meno 2 radice di 200;[1] e 2 radici di 200 sono radice di 800. Ma 100 e uno censo meno 20 radici e sieno agiunte a 50 e 10 radici meno 2 censi farà 150 meno uno censo e meno 10 radici.

Sì ve dirò: <quando> con qual censo tu vuo'[2] la radice nota[3] over sorda duplicar vorrai, la singnifichazione dello radopiamento si sarà che·ttu farai 2 vie 2 fa 4 e questo 4 vie lo censo cio<è> questo 4 vie lo numero la chui radice tu vuoi radopiare, è·lla somma che·tti verrà; prendine la radice e quella cotale radice sarà lo doppio della radice del censo che·ttu volevi e, se·lla volessi fare, 3 vie 3 fa 9; e poi faresti 9 vie quello censo o numero che 'l chiami e della somma pilglieresti la radice ed aresti la somma del detto multiprichamento.

E se di censo over d'u<n> numero volessi prendere la metà, sì dei moltiprichare $\frac{1}{2}$ vie $\frac{1}{2}$, fa $\frac{1}{4}$; e pilgliar lo $\frac{1}{4}$ di quello numero **<f. 92r>** e di ciò che·tti verrà, prendine la radice e quello totale radice sarà il $\frac{1}{2}$ della radice dello detto numero; e se·llo $\frac{1}{3}$ vel $\frac{1}{4}$ vel meno vel più sì farai per lo detto modo.

Ego te ne porrò uno essempro e dirò così: volglio moltiprichare prima 5 vie la radice di 20; farò 5 vie 5 fa 25; e poi moltipricherò 25 vie 20; fa 500; pilglia la radice di 500 e tanto sarà la radice di 20 contro a 5. E se volessi pilgliare la metà della radice di 9, sì farai: $\frac{1}{2}$ vie $\frac{1}{2}$ fa $\frac{1}{4}$; e poi faresti $\frac{1}{4}$ vie 9 fa 2 e $\frac{1}{4}$; e di questo 2 e $\frac{1}{4}$ pilglieresti la radice, che è 1 $\frac{1}{2}$, e cotanto è la metà della radice di 9; e fa' così tutte le somilglianti.

E se volessi partire la radice di 9 per la radice di 4, sì partiresti 9 per uno quarto, che·nne viene 2 $\frac{1}{4}$, e pilglieresti la radice di 2 $\frac{1}{4}$, che è 1 $\frac{1}{2}$, e cotanto fa la radice di 9 partita per la radice di 4.

E se radice di 9 per radice di 4 vorrai moltiprichare, sì moltiprica 9 vie 4, che fa 36, pilglia la radice che è 6; e tanto fa la radice di 9 vie la radice di 4.

E se·lla radice d'un $\frac{1}{3}$ vorrai moltipricare contro alla radice d'un $\frac{1}{2}$, sì fa': $\frac{1}{3}$ vie $\frac{1}{2}$ fa $\frac{1}{6}$; e tanto fa.

E se 2 radici di 9 vie 3 radici di 4 vorrai moltiprichare, sì farai così, che'n prima le 2 radici di 9 si·nne farai una radice e dirai 2 vie 2 fa 4 e 4 vie 9 fa 36; e dirai che 2 radici di 9 si sono una radice di 36, ch'è 6, et or dei le 3 radici di 4 riducere alsì a una radice e dirai 3 vie 3 fa 9; e 9 vie 4 fa 36; e dirai che 3 radici di 4 sono la radice di 36, ch'è 6, e chosì anche 3 radici di 4 sono 6; e 2 radici di 9 sono 6; sì che fa 6 vie 6; e tanto fa 2 radici di 9 vie 3 radici di 4.

<VI. *Capitolo dei problemi*>

<f. 92v> G<ià> sono <st>ato <lungi su ciò> ch'io t'ò detto di sopra delle reghole dei chapitoli e de' loro modi 6 e com'io ti puosi asempro a sei quistioni.

[1] è 30 via 2 radice di 200 **C**.; est triginta diminutis duabus radicibus ducentorum **G**.

[2] tu vuo' giungnere **C**.

[3] coita **C**.; cum quamlibet census radicem notam sive surdam duplicare volueris **G**.

Delle quali 6 quistioni, se·tti dicessi che, se·tti venisse quistione che·tti menasse all'una delle dette 6 quistioni, in che modo tu dei operare, ego oggimai ti porrò delle questioni, per mostrarti in che modo tu dei operare, quando ti verrà quistione che·tti meni ad alcuno de 6 chapitoli, o a de 3 senplici o a <de> 3 compositi, e ch'e·lla difichultate sarà allegerata e·lla singnifichazione loro sarà ancora più legiera, se·DDio lo vorrà.

La prima quistione si è questa: «partimi 10 in 2 parti ch'è moltipricata l'una per l'altra, e poi, moltipricata l'una di loro in sé, faccia tanto la moltipricazione dell'una delle 2 parti in sé, come il moltiprichamento dell'una delle 2 parti nell'altra 4 volte.»

La reghola che·ttu ci dei tenere sopra questa quistione si è questa, che·ttu dei ponere l'una delle 2 parti cosa; adunque l'altra parte sarà 10 meno cosa; e poi sì·tti conviene seguitare lo ponimento che là t'à fatto, che·ttu dei moltiprichare cosa vie 10 dramme meno cosa una, che fia 10 cose meno censo; e tutto questo ti conviene serbare. E poi si moltipricherai l'una delle 2 parti in sé e·ll'una delle due parti si è una cosa; dunque, moltiprica una cosa vie una cosa, che fa uno censo; e questo censo dee essere 4 cotanti dell'altra moltiprichazione, la quale fu 10 cose meno uno censo; dunque se·ttu moltiprichi 4 vie 10 cose meno censo, fa 40 cose meno 4 censi; e ora sarà eguali dell'altro moltipricamento, che fu uno censo, e dirai **<f. 93r>** che uno censo è iguali di <40 cose meno 4> censi;[1] dunque, ristaura le parti, tenendo questo modo che sempre, se è più, si dei levare, e se fosse meno, agiungnere, chosì all'una parte come all'altra; e se non facessi così, sì faresti male e·lla quistione ti verrebe falsa. E però ciò che·ttu agiungnerai all'una parte, si giungnerai altrettanto all'altra parte e così farai nel tragere. E però in questa quistione, perché coll'una delle parti, che è 40 cose meno 4 censi, si vi sono meno gli 4 censi si giungnerai alle 40 cose i 4 censi, ch'elgli àe meno e arai 40 cose intere; e però chom'io t'òe amaestrato, si giungnerai 4 censi a l'altra parte, che è uno censo e arai 5 censi, che sono iguali di 40 cose, e troverai ch'el censo è iguale di 8 cose; e io t'òe amaestrato di prima, ne' chapitoli semplici, che quante cose sono eguali al censo, tanti numeri àe nella cosa, cioè nella radice; dunque 8 cose sono eguali al censo. E però 8 numeri sarà nella cosa, overo nella radice; dunque, la cosa si è 8 per numero. Dunque la prima parte di 10, che ponemo che fosse cosa, si sarà 8 e.lla seconda 10 meno 8; e rimarrà 2 e così sia.

<Seconda quistione:> «Partimi 10 in due parti e, moltipricata l'una delle 2 parti in sé e poi vie 2 e $\frac{7}{9}$, faccia quanto 10 vie 10». La ragione dell'algiebra e della muchabila si è che·ttu pongni l'una delle 2 parti cosa e poi moltipricha 10 in sé; farà 100; e poi moltipricha l'una delle 2 parti in sé; farà censo; e poi moltipricha 2 e $\frac{7}{9}$ vie censo e farà censo 2 e $\frac{7}{9}$; e questo dèe essere eguali di 100 **<f. 93v>** dramme; dunque dirai che 2 censi e $\frac{7}{9}$ sono eguali di 100 dramme; mena dunque tutto quello a uno censo, ch'è 9 parti di 25, ched·è $\frac{4\quad 1}{5\quad 5}$.[2] Pilglia

[1] Erunt itaque quadraginta res exceptis quattuor censibus **G**.

[2] quinta et quattuor quinte quinte unius **G**.

dunque lo $\frac{1}{5}$ di 100; e poi i $\frac{4}{5}$ di quello $\frac{1}{5}$; saranno 36 che s'agualglia al censo; e·lla radice si è 6 e tant'è l'una delle parti; e perciò questa quistione viene all'un de' 6 chapitoli senplici, ch'è sì come lo censo s'agualglia alli numeri; e io t'òe detto di sopra che ongni censo acresciuto overo amenomato che·ttu lo riducha a uno censo; e troverai che 'l censo sarà 36 e·lla cosa sarà 6, che è l'una delle 2 parti e l'altra parte sarà 4.

<Terza quistione:> «Parti 10 in 2 parti che, partendo la magiore nella minore, ne vengna 4». La reghola si è che·ttu pongni l'una delle due parti cosa; l'altra rimane 10 meno cosa. E ora ti conviene partire l'una per l'altra in tal modo che di quello partimento ne vengna 4. E però abbi questo senpre mai <in> la mente, che·ttu puoi partire qual parte tu vuoi l'una per l'altra; o vuo' tu partire cosa per 10 men cosa, o vuo' tu partire 10 men cosa per cosa: tanto verrà a partire l'una come l'altra; e noi partiremo 10 meno cosa per cosa, acciò che·tti vengna 4. E io t'amaestro che sempre lo numero che escie del partimento, che tu lo moltiprichi per lo numero che sia partitore; e farà tanto chome 'l numero che fu partito; e però dice algiebra che·llo numero che descende del <partimento> **<f. 94r-95v: vacua>** moltiplicato per lo stesso termine per cui era stato diviso, restituirà il censo che hai diviso. Ma il risultato della divisione in questa questione era quattro e ciò per cui è stato diviso era la cosa. Moltiplica dunque quattro per la cosa e farà quattro cose. Pertanto quattro cose sono uguali al censo che hai diviso, che è dieci meno cosa. Restaura dunque il dieci per la cosa e aggiungile quattro. Risulterà dunque che dieci è uguale a cinque cose. Perciò la cosa è due. Così ho ricondotto questa questione a uno dei sei capitoli, che è "radici sono uguali a un numero".

Quarta quistione: «Moltiplica un terzo del censo e una dramma in un quarto dello stesso (censo) e una dramma. E il risultato sia venti». La sua regola è che tu moltiplichi il terzo per il quarto, e il risultato sarà la metà di un sesto del censo; la dramma per la dramma, e farà una dramma; e un terzo della cosa per una dramma e sarà un terzo della radice; e un quarto della cosa per una dramma e sarà un quarto della radice. Il risultato sarà dunque la metà di un sesto del censo più un terzo della cosa più un quarto della cosa e una dramma, il tutto uguale a venti dramme. Sottrai dunque una dramma dalle venti e rimangono diciannove dramme, che sono uguali a la metà di un sesto del censo più un terzo e un quarto della radice. Reintegra pertanto il coefficiente del tuo censo. Otterrai la sua reintegrazione moltiplicando tutto ciò che hai per dodici, e avrai un censo e sette radici, che saranno uguali a duecento ventotto. Dimezza dunque le radici e moltiplicale per se stesse e faranno dodici e un quarto. Sommale a duecentoventotto. Farà duecentoquarantaquattro. Poi estrai la radice, che è quindici e mezzo. Da questa sottrai la metà delle radici, che è tre e mezzo. Rimane dunque dodici, che è il censo. Così abbiamo ricondotto questa questione a uno dei sei capitoli, che è "censo e radici sono uguali a un numero".

<Quinta quistione:> "Dividi dieci in due parti e moltiplica una qualsiasi di esse per se stessa e sommale. Il risultato sia cinquantotto. La sua regola è che moltiplichi dieci meno cosa per se stesso e farà cento e censo meno venti cose. Poi moltiplica la cosa per sé e sarà un censo. Poi somma e farà cento e due censi meno venti cose, che sono uguali a cinquantotto. Restaura dunque cento e due censi per le cose, che erano sottratte, e sommale a cinquantotto. E dirai: «Cento e due censi sono uguali a cinquantotto e venti **<f. 96r>** cose». Ora leva le 58 dramme da chatuna delle parti e avrai che 42

dramme e 2 censi sono eguali di 20 radici; e poi torna ongni cosa a uno censo; e 21 dramma sono eguali di 10 radici. Dunque questa quistione ti mena a uno de 6 chapitoli ch'è sì come lo censo e·lli numeri sono eguali delle radici; e però dimezerai le radici e avrai 5; moltiprichalo in sé, fia 25; trane le dramme che sono col censo, e rimarrà 4; prendine la radice, ch'è 2; tral della metà delle radici, che sono 5, rimane 3, ched è·lla radice del censo, cioè la cosa; e però che·ttu ponesti l'una delle 2 parti di 10, ponesti cosa: dunque sarà 3; e l'altra 7.

<Sesta quistione:> Vo' trovare uno numero che, moltiprichato lo $\frac{1}{3}$ di quello numero per lo $\frac{1}{4}$ di quello numero, faccia 24 più che non è lo detto numero. E però porrai che 'l detto numero sia cosa e prenderai il $\frac{1}{3}$ di ciò e moltiprichalo per lo $\frac{1}{4}$ di cosa e farà $\frac{1}{12}$ di censo. Dunque $\frac{1}{12}$ di censo è iguale al numero, cioè di cosa e di 24 più; dunque riduci tutte cose a uno censo e avrai che uno censo è iguali di 12 cose ed 288[1] dramme; e però questa quistione si è che·llo censo soletto si è eguali delle radici e delle dramme; dunque dimeza le radici, che sono 12, e verrà 6; moltipricale in sé medesimo, farà 36; giungnile alle dramme, avrai 324 dramme e prendine la radice, ch'è 18, e giungnilo cholla metà delle radici, che sono 6; avrai 24, ch'è la radice del censo, cioè la cosa. Dunque lo numero, che fu cosa, sarà 24; e se moltiprichi il $\frac{1}{3}$, ch'è 8, per lo $\frac{1}{4}$, ch'è 6, farà 48.

<VII. *Problemi vari*>

<f. 96v> <1> Partimi 10 in 2 parti che, moltiprichata l'una per l'altra, faccia 21. La reghola si è che·ttu dei porre l'una delle 2 parti cosa e l'altra sarà 10 men cosa; e or dei seguitare l'apponimento che dei moltiprichare l'una, ch'è cosa, per l'altra, ch'è 10 men cosa. E sarà 10 cose meno censo sono iguali di 21. Ora dei ristaurare e dirai: giungni uno censo a 10 cose, che·lla meno e rimarrà 10 cose nette; e giungni uno censo a 21 dramma; dunque, questa quistione viene al $\frac{1}{3}$, chapitolo de compositi, sì come 10 radici sono eguali d'uno censo e di 21 dramma; dunque dimeza le radici, che fa 5, moltiprichale i·lloro, farà 25; trane le drame che sono col censo, che sono 21, e rimarrà 4; pilglia la radice, ch'è 2; giungnila over tragila della metà della radice, ch'è 5, e farà 7, ched è la radice del censo, overo la cosa; e dunque se·lla cosa sia 7, l'una delle due parti di 10 che fu cosa, sarà 7 e l'altra parte, che fu 10 men cosa, sarà 3.

<2> E se·tti fosse detto «partimi 10 in 2 parti che, moltiprichata ciascuna parte per sé medesima e ragun<a>to insieme e messovi suso la diferenza ch'era dall'una parte all'altra, anzi che fosse moltiprichata, faccia 54.» La reghola si è che·ttu pongni l'una delle due parti cosa, l'altra fia 10 men cosa; e poi moltipricha ciaschuna parte in sé, cioè cosa vie cosa fa censo e 10 men cosa vie 10 men chosa fa 100 dramme e censo uno meno 20 cose; giungnigli **<f. 97r>** insieme; sarà 100 dramme 2 censi meno 20 chose; poi vi meti su la diferenza che è intra cosa e 10 men cosa, ch'è 10 meno 2 cose; e avrai 110 dramme e 2 censi meno 22

[1] 228 **C**.

cose; e tutto questo si è iguale di 54. Dunque ristaura, secondo ch'io t'ò mostrato di sopra, e avrai che i censi et 56 sono iguali di 22 cose;[1] e ora si dei ritornare ongni cosa a uno censo e avrai che uno censo e 28 dramme sono iguali a 11 cose. Dunque questa quistione viene al secondo chapitolo de' compositi: dunque dimeza le radici, che sono 11, avrai $5\frac{1}{2}$; moltiprichale in sé e avrai $30\frac{1}{4}$; trane le dramme che sono col censo, e rimarà $2\frac{1}{4}$; pilgliane la radice, ch'è $1\frac{1}{2}$; trailo dalla[2] metà delle radici, che sono $5\frac{1}{2}$; e rimarà 4, ch'è l'una delle 2 parti e l'altra sarà 6.

<3> «Partimi 10 in 2 parti e poi diparti la magiore parte per la minore e poi parti la minore per la magiore, che, ragunati insieme que' due partimenti, faccia $2\frac{1}{6}$». Questa è la reghola: poni l'una delle due parti cosa e l'altra parte sarà 10 men cosa; e ora dei partire la magiore per la minore e poi la minore per la magiore; e dunque come partirai tu 10 men cosa, inperò che·ttu non sai quanti numeri sono nella cosa e però si è iscuro lo partimento? E noi si ne terremo un altro modo, cioè che·ttu moltipricherai ciaschuna parte in sé e giungni insieme que' moltipricamenti e·lla somma haberai[3] per l'uno delgli aguali; e poi sì dei moltipricare l'una parte per l'altra; e ciò che ne viene si dei moltipricare vie quello che escie del partimento. Dunque farai cosa vie cosa fa censo; e moltipricherai 10 men cosa in sé e fa 100 e censo meno 20 cose; **<f. 97v>** e dei giungnere insieme per l'uno delgli aguali; e avrai 100 dramme e 2 censi meno 20 cose; e tutto questo haberai per uno delgli aguali; e poi si farai l'una parte vie l'altra, cioè <cosa vie> 10 men cosa e fa 10 cose men censo e vie quello ch'è iscritto del partimento, che fu dramme $2\frac{1}{6}$; dunque farai dramme $2\frac{1}{6}$ vie 10 cose meno censo, che fa $21\frac{2}{3}$ cose meno censi $2\frac{1}{6}$, ched è iguale dell'altro moltipricamento che habesti.[4] Dunque fia iguale di 100 dramme e 2 censi meno 20 cose; dunque ristaura 20 cose e avrai che 100 dramme e 2 censi sono iguali di 41 cosa e $\frac{2}{3}$ meno censi $2\frac{1}{6}$; e poi si ristaura li censi $2\frac{1}{6}$ a chi gli a meno e avrai che 41 e $\frac{2}{3}$ cose sono iguali di dramme 100 e censi $4\frac{1}{6}$; e poi ti conviene riducere ongni cosa a uno censo; e troverai che uno censo e 24 dramme sono iguali di 10 radici; dunque questa quistione ti mena a uno de'chapitoli compositi ch'è sì come il censo e dramme sono iguali alle radici ed è questo chapitolo uno de'compositi ed è il secondo chapitolo; dunque dimeza le radici e sono 5; moltiprichale in sé; fa 25; trane le dramme, che sono col censo; rimane uno, del quale uno prendi la radice, ch'è 1, e trailo o vuoi gungnilo alla metà delle radici; e avrai 6, che è la radice del censo; dunque la cosa si è 6; e dunque l'una parte di 10 si è 6 e l'altra si è 4. Provata est. E dei sapere che sempre che·ttu parti 10 in 2 parti, overo alcuno altro numero in 2 parti, e tu parti la magiore per la minore e poi parti la minore per la magiore e poi que' 2 numeri che sono di quelgli 2 partimenti, tu·lgli moltiprichi l'uno per l'altro, senpre di quello moltiprichamento ne verrà senpre uno dunque e non più né meno.**<f. 98r>**

[1] et 44 sono iguali di 28 dramme e 11 cose **C**.
[2] giungnilo cholla **C**.
[3] haberari **C**.
[4] habasti **C**.

<4> «Partimi 10 in 2 parti e moltiprichale ciascuna di loro in sé e trai il minore del magiore e·rrimanante sia 40.» La reghola sua si è che·ttu pongni l'una delle 2 parti cosa e l'altra 10 men cosa; poi moltiprica 10 men cosa in sé; fa 100 e censo meno 20 cose; e moltipricha cosa in cosa; fa censo. Dunque tralo di 100 e censo meno 20 cose; rimarrà 100 meno 20 cose, le quali s'aguagliano a 40; ristaula a 100 le 20 cose, ch'a meno; agiungnine altratante a 40; avrai 40 e 20 cose, che sono iguali a 100; trane le 40; rimane 20 cose; trale di 100; rimane 60, ch'è iguali a 20 cose; dunque la cosa vale 3; dunque l'una delle 2 parti fia 3.

<5> «Partimi 10 in 2 parti e, multipricata l'una delle 2 parti per 5, e ciò che·nne viene, si parti per l'altra parte; e poi <di> ciò che·nne viene, gitta via la metà; e·cciò che·tti rimane, agiungni al moltipricamento della parte che fu moltipricata per 5, faccia 50 dramme. Vo' sapere ciascuna delle due parti quello che sia.» La reghola si è che tu pongni l'una delle 2 parti cosa e·ll'altra sarà 10 men cosa; e dunque moltiprica 5 vie cosa; fanno 5 cose; dunque dei partire 5 cose per 10 men cosa e, poi che·ttu l'ai partito, si dei agiungnere la metà al moltipricamento di 5 vie cosa; e noi nonne potremo partire 5 cose in 10 dramme men cosa, ma noi sapemo che, quando tu partissi 5 cose in 10 men cosa e tu ne prendessi la metà, quando tu l'avessi partite, si farebe altrettanto, come se·ttu dicessi che cose $2\frac{1}{2}$ si debbono partire per 10 dramme men cosa, sanza gittarne via la metà; dunque dove<mo> noi partire $2\frac{1}{2}$ chose per 10 men cosa e ciò che·ttiene verrà doven giungnere a 5 cose; e dovemo **<f. 98v>** avere 50; però conviene tener questa cotale via che noi dovemo trarre cose 5 di dramme 50; e rimarrà dramme 50 meno[1] 5 cose; e quest' èe quello ch'è uscito del partimento di $2\frac{1}{2}$ cose in 10 men cosa. E tu sai ch'io t'òe amunito in qua di sopra che quella cosa che·tti viene per partimento che·ttu la deba moltipricare per lo numero che fu partitore; e poi, se dei ritornare al suo censo, dunque tu sai che del partimento si uscì 50 dramme meno 5 cose e 'l partitore si fu 10 dramme men cosa dunque dei moltiplicare 50 meno 5 cose per 10 dramme men cosa, che fano 500 dramme e 5 censi meno 100 cose; e sono eguali del numero che fu partito, che sono cose $2\frac{1}{2}$; questo è tanto a dire come a ritornarlo al tuo censo, imperò che·llo tuo censo si funno le cose $2\frac{1}{2}$, che furon partite. E però dirai che 500 dramme e 5 censi meno 10 cose sono eguali di cose $2\frac{1}{2}$; ristaula lo più per lo più e·llo meno per lo meno e troverai che 500 dramme e 5 censi sono iguali di cose $102\frac{1}{2}$; ritorna ongni cosa a uno censo; e avrai che uno censo e 100 dramme sono iguali di cose $20\frac{1}{2}$; e avrai che questa quistione torna a uno de'chapitoli, al secondo de'compositi, che è sì come il censo e il numero sono iguali alle radici; e però farai sì come t'òe amaestrato di sovra e troverai che·ll'una delle 2 parti si è 8 e l'altra si è 2.

<6> «Partimi 10 in due parti, che, moltipricata l'una delle 2 parti in sé, faccia <dell'altra parte> 81 <volte>».[2] E però l'una delle 2 parti porrai cosa e·ll'altra sarà 10 dramme men cosa. Moltiprica 10 men cosa in sé, farà 100 e censo meno 20 chose, che dee essere iguali a 81 cosa;[3] e però **<f. 99r>** ristaula 20 cose e avrai

[1] meno non **C**.
[2] Et fuit quod provenit equale alteri parti octuagies et semel **G**.
[3] che dee essere iguali a 81; 81 vie cosa fa 81 cosa **C**.; que equantur octoginta uni rei **G**.

che 100 dramme e censo sono iguali di 101 cosa e avrai che questa quistione ti menerà al secondo capitolo de' compositi; e però farai come io t'òe amaestrato di sovra e troverai che·ll'una delle due parti si è 9 e l'altra si è uno; e pruovala e troverai la verità.

<7> «Truovami 2 censi, cioè 2 numeri, che·ll'uno sia magiore che·ll'altro <di> 2, e, partito lo minore per lo magiore, vennero $\frac{1}{2}$ dramma». E però porrai per lo minore censo overo per lo minore numero cosa; e·llo magiore sarà dunque cosa e 2 dramme più e però ti conviene partire cosa in 2 dramme e cosa; e tu sai che non si può mai che·ttu fai quello ch'è uscito del partimento si moltiprica per quello numero che fu partitore, che fu cosa e 2, e verranne $\frac{1}{2}$ cosa e una dramma; e ritruovalo per lo numero che fu partito, lo quale fa cosa. Dunque $\frac{1}{2}$ cosa e una dramma sono eguali d'una cosa, la quale fu partita; dunque $\frac{1}{2}$ leva cosa da chatuna parte e avrai che $\frac{1}{2}$ cosa si è eguali d'una dramma; dunque la cosa si sarà 2 dramme; dunque lo primo numero che ponesti, sarà 2 cose e 'l magiore, che fu 2 più di cosa, sarà 4.

<8> «Partimi 10 in 2 parti, che è moltipricata l'una per l'altra, e quello che ne viene, parti nella differenza, che era intra·ll'una parte e·ll'altra, anzi che·ssi moltiprichassero; e vengnane 5 $\frac{1}{4}$»; e però porrai l'una delle 2 parti cosa e l'altra sarà 10 men cosa; poi moltipricha l'una parte nell'altra; farà 10 cose meno censo e questo si dee partire nella differenza che è tra cosa e 10 men cosa, la quale differenza si è 10 dramme meno 2 **<f.99v>** cose; dunque dovian noi partire 10 cose meno censo per 10 dramme meno 2 cose; e non si può, ma·ttu sai ciò ch'è uscito di quello partimento, che fu 5 $\frac{1}{4}$ dramme, e però moltipricha dramme 5 $\frac{1}{4}$ vie 10 meno 2 cose e sieno eguali al numero che fu partito, che fu 10 cose meno censo; e però moltipicha dramme 5 $\frac{1}{4}$ vie dramme 10 meno 2 cose e farà dramme 52 $\frac{1}{2}$ meno cose 10 $\frac{1}{2}$, che sono eguali di cose 10 meno censo. Ristaura e avrai che dramme 52 $\frac{1}{2}$ e uno censo sono eguali di radici 20 $\frac{1}{2}$ e però opera sì come t'ò amaestrato di sopra ne'nostri chapitoli.

<9> Se alchuno dicesse «egli è uno censo, cioè uno numero che·lle sue 4 radici, moltiprichate per le sue 5 radici, ne verrà 2 tanti che 'l tuo censo, overo che 'l tuo numero, e più 36 dramme». E però in questa questione sì·tti vuole amonire algiebra e darti a intendere che talvolta dei ponere lo numero una cosa e talvolta dei ponere uno censo e però, in questa quistione ched è ora, che·ttu ponghi lo tuo numero uno censo, inperò che·ttu non puoi ponere cosa; e poi che 'l numero è censo, si dei pilgliare le 4 sue radici, che sono 4 cose, e poi dei pilgliare le 5 sue radici, che sono 5 cose, e moltipricare 4 cose vie 5 cose, che fanno 20 censi; e dunque 20 censi sono eguali d'uno censo doppio, cioè di 2 censi e di 36 dramme; e però leva 2 censi da chatuno e avrai 18 censi sono eguali di 36 dramme; dunque il censo sarà iguali di 2 dramme; e però, perché tu ponessi che 'l numero fosse censo, si diremo che 'l numero sia 2.

<f. 100r> <10> «Truovami uno censo, cioè a dire truovami un numero, che, traendone lo $\frac{1}{3}$ e poi tranne 3 dramme; e di quello che rimane, moltiprichalo in sé e fa quello medesimo numero di prima». La reghola si è che·ttu pongni lo detto numero cosa e menimane il $\frac{1}{3}$ e rimarrà $\frac{2}{3}$ di cosa tranne 3 dramme; e rimane $\frac{2}{3}$ di cosa meno 3 dramme, che.ssi volglio moltiprichare in sé e faranno $\frac{4}{9}$ di censo e 9 dramme meno 4 radici, che sono tante quanto lo numero che·ttu ponesti cosa; e ristaura, sì chome tu se' usato, e avrai che 5 cose sono eguali di $\frac{4}{9}$ di censo e 9 dramme; e poi riduci ongni cosa a uno censo e dramme 20 $\frac{1}{4}$ sono[1] iguali di radici 11 $\frac{1}{4}$; e viene questa quistione allo secondo chapitolo de'compositi; e però farai chom'io t'ò disengnato di sopra.

<11> Se·tti fosse detto «parti dramma 1 $\frac{1}{2}$ per uuomo e parte d'uomo e vienne all'uomo 2 tanti che·nno viene alla parte». Sarà questa la reghola: che·ttu dichi che·lla parte dell'uomo sia cosa; dunque l'uomo e·lla parte dell'uomo sarà cosa e uno, cioè che·ll'uomo si è uno, e·lla parte dell'uomo si è cosa; dunque tra·ll'uomo e·lla parte dell'uomo sono una cosa e una dramma; e noi sapemo che·ll'uomo si·nn'à di quello partimento 2 cotanti che non à la parte; e noi aven posto che·lla parte n'abia una cosa. Dunque l'uomo n'arà 2 cotanti; dunque n'avrà l'uomo 2 cose; dunque aven·noi quello che·nne viene alla sua parte, che·nne viene 2 cose; dunque se·lla sua parte n'àe 2 cose, che·nn'arà la parte dell'uomo? Moltiprica 2 cose vie lo numero che fu partitore, che fu una cosa e una dramma, e sarà 2 censi e 2 cose; e poi lo ritorna al tuo censo, che fu partito, lo quale fu dramma 1 $\frac{1}{2}$; e però **<f. 100v>** torna ongni cosa a uno censo e avrai che uno censo e una cosa sono eguali a $\frac{3}{4}$ di dramma; e viene questa quistione a' primi chapitoli de'compositi, ch'è sì come il censo e·lle radici sono eguali alle dramme; e fa' sì com'io t'òe mostrato di sopra e troverai che fu unn·uomo e $\frac{1}{2}$.

<12>E se·tti fosse detto «parti una dramma per uomini e vienne a ciascuno di quelgli huomini alcuna parte; e poi algli detti primi huomini si agiunsi uno; e poi ch'io vel'ebi agiunto, si parti ancora una dramma tra·lloro e trovai che ciascheduno delgli uomini da sezo n'ebbe meno di quello cotale partimento che uno ebbe ciascuno delgli uomini primi $\frac{1}{6}$ d'una dramma. Vo' sapere quanti furono gli uomini primi e quanti furono gli secondi». Però si è questa la reghola che·ttu dei ponere gli primi huomini una cosa; dunque gli secondi huomini faranno una cosa e una dramma e poi si dei moltipricare li primi huomini per la diferenza che·tti viene de' 2 partimenti, che fu $\frac{1}{6}$ dramma; dunque multiprica $\frac{1}{6}$ dramma per cosa; fa $\frac{1}{6}$ di cosa; e poi questo $\frac{1}{6}$ di cosa moltiprica per la somma delgli uomini secondi, che fu una cosa e una dramma; e avrai di $\frac{1}{6}$ censo e $\frac{1}{6}$ di cosa divisa per dramma sarà eguale a una dramma; dunque ritorna ongni cosa a uno censo e avrai ch'uno censo e una cosa sono eguali di 6 dramme; dimeza le cose e·ffa $\frac{1}{2}$ cosa; moltiprichala in sé; fa $\frac{1}{4}$; agiungnila a 6; fa 6 $\frac{1}{4}$; prendine la radice, che è 2 $\frac{1}{2}$; tranne la metà della radice, che è $\frac{1}{2}$, e rimarrà 2, che sono gli uomini primi e i secondi sono 3. **<f. 101r>**

<VIII. *Capitolo di accordi commerciali*>

<M1> «6 libre e 5 once d'alchuna chosa valgliono 22 soldi e 4 denari, che verranno le 16 once o.vuolgli una libra e 4 once?».[2] Fa' chosì; fa' che una libra valglia 22 soldi e 4 denari poi pilglia per le 4 once il $\frac{1}{3}$ di 22 soldi e 4 denari ch'è 7

[1] 20 $\frac{1}{4}$: 2 $\frac{1}{4}$ **C**.; Et erunt viginti dragme et quarta **G**.

[2] Si ricorda che 1 lira corrispondeva a 20 soldi e 1 soldo equivaleva a 12 denari.

soldi e 5 denari e $\frac{1}{3}$; ài 29 soldi e 9 denari e $\frac{1}{3}$ a partire in 6 libre e 5 once; di' chosì: 5 once che parte è di libre? Che è $\frac{5}{12}$. Recha a·ssano per 12 e di' 12 vie 6 e $\frac{5}{12}$, che fa 77 e 77 è il partitore; e poi di' chosì: 12 vie 29 soldi e 9 denari e $\frac{1}{3}$, che fa 357 soldi e 4 denari, a partire in 77, che·nne viene 4 soldi e 7 denari e $\frac{53}{77}$; e chosì verranno le 16 once.

<M2> «Uno chompera il 100 della lana <per> 28 fiorini; vuole <dare> il $\frac{1}{4}$ in danari e $\frac{3}{4}$ in panno; la canna del panno vale 5 in baratto; gliel mise 6; vo' sapere che valse il 100 della lana a danari contanti». Fa' chosì: se vuole il $\frac{1}{4}$ in danari, sia elgli 7 fiorini; s'elgli ae e' $\frac{3}{4}$ in panno, sia elgli 21 fiorinate di panno; ora dobiamo dire chosì: se que' del panno gli mette le 5 lire 6, che·lgli metterà 21? Debbi fare 5 vie 21, che fa 105, a partire in 6; ne viene 17 $\frac{1}{2}$ e 7, ch'elgli gliene dè, ài 24 fiorini e $\frac{1}{2}$ e tanto valse il 100 della lana.

<M3> Due volgliono barattare a lana e a panno; la canna del panno vale 5 lire in baratto; gliele mise 6, a termine di 8 mesi; il 100 della lana vale 30 fiorini in baratto; gliele mise 34. Vo' sapere a che termine dee avere i suoi danari quelgli del panno, acciò che niuno non sia inghanato. Fa' chosì: se·lla channa del panno bale 5 lire e elgli gliele mette 6, si guadangna elgli il $\frac{1}{5}$; s'el 100 della lana vale 30 fiorini e elgli gliele mette 34, si guadangna elgli $\frac{2}{15}$; ora di' chosì: se d'uno $\frac{1}{5}$ io tengho 8 mesi, che terrò di $\frac{2}{15}$? Fa' chosì: 8 vie $\frac{2}{15}$ <fa> uno e $\frac{1}{15}$, a partire in $\frac{1}{5}$, che·nne viene 5 mesi e 10 dì e in tanto tempo dee avere i suoi danari quelgli del panno.

<M4> La channa di Firenze torna in Pisa 3 braccia e $\frac{1}{2}$; la channa di Pisa torna in Siena 4 braccia; la channa di Siena torna in Perugia 3 braccia e $\frac{3}{4}$; vo' sapere la channa di Perugia che tornerà in Firenze.[1] Fa' chosì: pilglia la channa di Perugia, che è 4 braccia al perugino, e di' 4 vie 3 e $\frac{3}{4}$ fa 15; poi pilglia la channa di Pisa quello ch'ella torna in Siena, che vi torna 4 braccia; e·dì **<f. 101v>** 4 vie 15 fa 60; poi pilglia la channa di Firenze, quello ch'ella torna in Pisa, che torna 3 braccia e $\frac{1}{2}$ e di' 3 e $\frac{1}{2}$ vie 60, che fa 210, a partire nella channa di Firenze e nella channa di Pisa e nella channa di Siena, cioè in 4 e in 4 e in 4; e di' chosì: 4 vie 4 fa 16; e 4 vie 16 fa 64; e 64 è il partitore di 210; ne viene 3 braccia e $\frac{9}{32}$; e tanto tornerà la channa di Perugia in Firenze.

<M5> La lira è prestata il mese a 2 denari; che guadangneranno 325 lire e 3 soldi e 8 denari in 2 anni e 3 mesi e 20 dì? Fa' chosì: sappi quello che guadangna una lira in tutto questo tenpo, che guadangna 4 soldi e 7 denari e $\frac{1}{3}$; ora di' chosì: 325 lire recha[2] 325 soldi, che sono 16 lire e 5 soldi. Ora di' chosì: 4 vie 16 lire e 5 soldi, che fa 65 lire; ora di' chosì: 325 lire <recha> 325 denari, che sono una lira e 7 soldi e 1 danaio. Ora di' 7 vie una lira e 7 soldi e uno danaio, che fa 9 lire e 9 soldi e 7 danari. Ài 74 lire e 9 soldi e 7 danari, ora ai a fare per lo $\frac{1}{3}$ danaio, pilglia il $\frac{1}{3}$ di 325 denari, che è 9 soldi e uno $\frac{1}{3}$ di danaio: abiamo 74 lire e 18 soldi e 7 denari e $\frac{1}{3}$; ed è fatta. **<f. 102r>**

[1] La canna era un'unità di misura lineare, di lunghezza geograficamente variabile, come il problema bene illustra; in ogni caso, misurava circa 2 metri e 30 centimetri ed equivaleva a 4 braccia. Il braccio pertanto corrisponde a circa 60 centimetri.

[2] recha: barrato nel ms.

<M6> [....] dì entrano in 116 lire e 13 soldi e 4 danari; tolgli 5 anni e di': 5 vie 20 lire fa 100 lire; infino in 116 lire e 13 soldi e 4 danari, àe lire 16 e soldi 13 e danari 4; ora tolgli 10 mesi e dì 10 vie una lira e 13 soldi e 4 danari fa 16 lire e 13 soldi e 4 danari; e abiamo tolto 5 anni e 10 mesi; ora abiamo a porre sopra adì primo di lulglio nel 79; ponvi su 5 anni, ai nel 84; ora poni su 10 mesi, ài adì primo di magio; nel 84, poich'elgli si conta marzo, si viene nel 85;[1] ora resta ad avere 200 fiorini adì primo di magio nel 85.

<M7> 4 maestri tolghono a fare uno lavoro; in 3, sanza il primo, il farebono in 2 dì; in 3, sanza il secondo, il farebono in 3 dì; in 3, sanza il terzo,[2] il farebono in 4 dì; in 3 sanza il quarto,[3] il farebono in 10 dì. Vo' sapere ciaschuno per sé solo in quan<to> tempo il farebe. Fa' così: poni ch'elgli il facessono tutti e 4 in 60 dì; quelgli che 'l fa in 2 dì, il farebbe 30 volte; quelgli che 'l fa in 3 dì, il farebbe 20 volte; quelgli che 'l fa in 4 dì, il farebe 15 volte; quelgli che 'l fa in 10 dì, il farebe 6 volte; ragiungni insieme 30 e 20 e 15 e 6: fa 71; e perché noi diciamo in 3, sanza il primo abiamo a partire 71 in 3, che ne viene 23 e $\frac{2}{3}$; ora si vole chavare 30 e 20 e 15 e 6 ciascheduno per sé di 23 e $\frac{2}{3}$; chavane 30; rimane debito 6 dì e $\frac{1}{3}$; chava 20 di 23 e $\frac{2}{3}$: rimane 3 e $\frac{2}{3}$; chavane 15: rimane 8 e $\frac{2}{3}$; chavane 6: rimane 17 e $\frac{2}{3}$; e, perché noi ponemo ch'elglino vi lavorarono 60 dì, debi partire 60 in 6 e $\frac{1}{3}$, che ne viene 9 dì e $\frac{9}{19}$, e in chotanto tempo il guaterà il primo; ora parti 60 in 3 e $\frac{2}{3}$: ne viene 16 dì e $\frac{4}{11}$; e in tanto tenpo il farà il secondo; e parti 60 in 8 e $\frac{2}{3}$; ne vienne 6 dì e $\frac{12}{13}$ e in tanto il farebe il terzo;[4] e parti 60 in 17 e $\frac{2}{3}$: ne viene 3 dì e $\frac{21}{53}$ e in tanto tenpo il farebbe il quarto;[5] ed è fatta.

<M8> 4 maestri tolghono a fare uno lavorio; il primo il farebe in 2 dì; il secondo il farebbe in 3 dì; il terzo[6] il farebe in 4 dì; il quarto[7] il farebe in 5 dì. Vo' sapere in quanto tempo il farebe tutti insieme; fa' chosì: truova uno numero che abbi $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{5}$, che è 60; e però poni ch'elgli il facessono in 60 dì; e poi di' così: quelgli che 'l fa in 2 dì, il farebe 30 volte; quelgli che 'l fa in 3 dì, il farebe 20 volte; quelgli che 'l fa in 4 dì, il farebe 15 volte; quelgli che 'l fa in 5, il farebe 12 volte. **<f. 102v>** Racholgli insieme 30 e 20 e 15 e 12: fa 77; e per 60 ch'io m'aposi, mi viene 77 e io vorrei uno. M<oltiplica> uno vie 60; fa 60; a partire in 77 ne viene $\frac{60}{77}$ dì e in tanto tenpo il farebbono tutti insieme.

<M9> Uno prestò a un altro 500 fiorini e 800 lire di piccioli, i quali danari tienne 7 mesi e rendagliele sanza merito; e riprestò a·llui 1000 fiorini e 400 lire di picioli, i quali denari tenne 8 mesi e rendegliele. Vo' sapere che valse il fiorino; fa' così: moltiprica 7 vie 500 fiorini e 800 lire fa 3500 fiorini e 5600 lire; poi moltiprica 8 vie 1000 fiorini e 400 lire: fa 8000 fiorini e 3200 lire; ora chava 3500 di 8000 fiorini: resta 4500; e chava 3200 lire di 5600 lire: resta 2400. Ora di' così: 4500 fiorini valgliono 2400 lire, che viene il fiorino? Debi partire 2400 lire in 4500: ne viene 10 soldi e 8 denari; e cotanto valse il fiorino.

[1] Ricordiamo che l'anno *more florentino* cominciava il 25 marzo.
[2] $\frac{1}{3}$ **C.** [3] $\frac{1}{4}$ **C.** [4] $\frac{1}{3}$ **C.**
[5] $\frac{1}{4}$ **C.** [6] $\frac{1}{3}$ **C.** [7] $\frac{1}{4}$ **C.**

<M10> 5 braccia di panno valgliono 7 fiorini. 19 braccia di quello medesimo panno valgliono 90 lire di picioli. Vo' sapere che valse il fiorino. Fa' così: 5 braccia di panno valgliono 7 fiorini, che verranno 19 braccia? Verranno 26 fiorini e $\frac{3}{5}$. Ora di' chosì: 26 fiorini e $\frac{3}{5}$ valgliono 90, che viene il fiorino? Recha a sano per 5 e dì 5 vie 26 e $\frac{3}{5}$ <fa> 133; e tanto è il partitore; e 5 vie 90 lire <fa> 450 lire, a partire in 133; ne viene 3 lire e 8 soldi e 5 denari e $\frac{1}{19}$; e tanto valse il fiorino.

<M11> Uno àe tolto a chavare uno pozzo adentro 20 braccia e debane avere 20 fiorini; quelgli di chui è il pozzo non può spendere se non è 10 fiorini; vo' sapere per 10 fiorini quanto il chaverà adentro. Fa' così: racholgli tutti i numeri che sono da uno infino in 20, che sono 210; poi di' così: se di 210 braccia ch'io chavo, vo a 20 fiorini, che chaverò per 10 fiorini? Fa' così: moltiprica 10 vie 210: fa 2100; a partire in 20, ne viene 105; ora poni ch'elgli il chavasse adentro una cosa; ponvi suso uno; ai una cosa e uno; dimezza la cosa; resta $\frac{1}{2}$ cosa e uno; ora moltiprica $\frac{1}{2}$ cosa vie una cosa e uno: fa $\frac{1}{2}$ censo e $\frac{1}{2}$ cosa; ora recha a uno censo e di così: 2 vie $\frac{1}{2}$ censo fa censo e vie $\frac{1}{2}$ cosa fa cosa e 2 vie 105 fa 210. Ora si vuole pilgliare il dimezamento delle cose e dire $\frac{1}{2}$ vie $\frac{1}{2}$ fa $\frac{1}{4}$; poni sopra 210; ai 210 e $\frac{1}{4}$; pilgliane la radice, che è 14 e $\frac{1}{2}$, chavane il dimezamento delle cose, che fu $\frac{1}{2}$; resta 14; e tanto fia adentro chavato per 10 fiorini.

<Appendice>

<f. 103r> <A2> Se alcuno ti dirà: «parti <10> e moltipricha l'una delle 2 parti per 10 e·ll'altra in sé e sieno eguali». La reghola si è che·ll'una parte sarà cosa e l'altra sarà 10 men cosa; e però moltiprica l'una parte, ch'è chosa, vie 10 e farà 10 cose; e poi moltiprica 10 men cosa in sé: farà 100 dramme e censo meno 20 cose, che sono eguali di 10 cose. Farai come io t'òe insengnato.

<A3> E se dicesse: «$\frac{2}{3}$ d'un $\frac{1}{5}$ d'uno censo sono eguali alla $\frac{1}{7}$ parte della sua radice. Vo' sapere che fu il censo». <Allora> tutta[1] la radice sarà iguali alli $\frac{14}{15}$ di censo; dunque sarà la reghola sua questa: che·ttu moltiprichi $\frac{2}{15}$ in 7,[2] acciò che·lla radice si conpia; e fae così: 15 vie 15, 225 e 14 vie 14, 196; menoma dunque di 225 li $\frac{2}{15}$, che sono 30, ch'è <la> parte di 15, lo quale partirai per lo $\frac{1}{7}$ di 196 e verranne 1 $\frac{1}{14}$, ch'è la radice del censo.

<A4> Quando ti dirà: «moltiprica uno censo in 4 cotanti di lui e vienne 20». Sarà questa la reghola che se·ttu lo moltirpichi in sé, farà 5 e uno censo sarà la radice di 5.

<A6> E se·tti dicessi «è uno censo che fu moltipricato in 4 cotanti di lui e venne lo $\frac{1}{3}$ d'uno censo». Questa è la reghola che, quando tu lo moltiprichi in 12 cotanti di lui, sì·nne verrà quanto fu il censo, ch'è $\frac{1}{2}$ <di $\frac{1}{6}$> in $\frac{1}{3}$, che fa $\frac{1}{36}$.[3]

<A7> E se·tti dirà: «è uno censo lo quale moltipricherai nella radice sua e verranne 3 cotanti di primo censo». **<f. 103v>** Sarà questa la sua considerazione,

[1] Questa è la reghola: tutta **C.**; Tunc tota **G**.
[2] $\frac{14}{15}$ in sé **C.**; duas tertias quinte in septem **G**.
[3] Quod est medietas sexte in tertiam **G**.

in però che·ttu moltiprichi la radice del censo in $\frac{1}{3}$ censo e vienne il censo; dico che di questo censo lo $\frac{1}{3}$ è·lla radice sua;[1] ed e' si è 9, cioè lo censo si è 9.

<A8> E se dicesse: «le 3 radici d'uno censo moltipricherai ne le 4 radici di quel censo e verranne il censo primo e più 44 dramme». La reghola è che·ttu pongni il detto numero censo e·lle 3 sue radici sono 3 cose vie 4 sue radici, che sono 4 cose, e fanno 12 censi, che sono eguali d'uno censo e 44 dramme; e ristaura uno censo e avrai che 11 censi sono iguali di 44 dramme: quello numero fia 4.

<A9> E se alchuno ti dirà: «è uno numero censo, la radice del quale multipricherai nelle 4 sue radici e verrane 3 cotanti del primo censo e più 50 dramme». E queste sia la reghola che·ttu pongni lo censo, cioè quello numero, uno censo e moltipricha la radice sua, ch'è una cosa, vie 4 sue radici, che sono 4 cose, e fanno 4 censi,[2] che sono eguali di 3 censi[3] e 50 dramme; e poi leva 3 censi da chatuna parte e avrai che uno censo si è iguali di 50 dramme; dunque lo censo si è 50 dramme e dunque lo numero che·ttu domandi è 50 dramme.

<A10> E se·tti dicesse: «è uno numero al quale giunsi 20 dramme e fa quello che·nne venne eguale a 12 sue radici». Sarà dunque la reghola sua questa, che de' dire lo censo e 20 dramme s'agualgliano a 12 radici; opera com'io t'òe mostrato di sopra e troverai che'l censo si è 4; dunque lo numero si è 4. **<f. 104r>**

<A11> E se·tti dicesse: «è uno censo che se·ttu moltiprichi il $\frac{1}{3}$ suo per lo $\frac{1}{4}$ suo si farà quello censo medesimo». Si sarà questa la reghola che, quando tu moltiprichi $\frac{1}{3}$ chosa in $\frac{1}{4}$ cosa, farà $\frac{1}{12}$ di censo, lo quale s'agualglia a una cosa; dunque tutto il censo sarà iguali di 12 cose; dunque la cosa sarà 12 e 'l numero che·ttu vuolgli sarà 12.

<A12> E se·tti fosse detto: «truovami uno numero che, moltipricato il suo $\frac{1}{3}$ e una dramma vie il suo $\frac{1}{4}$ e 2 dramme, in fine vengna lo censo e più 13 dramme». Sarà questo lo suo consideramento che·ttu moltipricha $\frac{1}{3}$ di cosa in $\frac{1}{4}$ di cosa e verranne $\frac{1}{12}$ di censo e $\frac{1}{4}$ di cosa e 2 dramme in $\frac{1}{3}$ di cosa i fa $\frac{2}{3}$ di cosa; e dramma in 2 dramme si fanno 2 dramme; e avrai $\frac{1}{12}$ di censo e 2 dramme e $\frac{11}{12}$ di radice, che sono eguali d'una radice e di 13 dramme; e ristaura dunque lo più per lo più e·llo meno per lo meno e troverai che $\frac{1}{12}$ di cosa e 11 dramme sono iguali di $\frac{1}{12}$ di censo; e però ritorna ongni cosa a uno censo e avrai che uno censo sarà iguali d'una cosa e 132 dramme; farai dunque chom'io t'òe mostrato di sopra ne' capitoli conpositi.

<A13> E se·tti fosse detto: «truovami uno numero che, tratone $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{4}$ e 4, e ciò che rimane moltipricha in sé, e sia iguali di 12[4] più ch'el primo numero». Sarà questa la reghola sua che·ttu pongni il numero cosa e pilglia il $\frac{1}{3}$ e·l $\frac{1}{4}$ di cosa che è **<f. 104v>** $\frac{7}{12}$ di cosa e trailo di cosa e rimarrà $\frac{5}{12}$ di cosa; trane 4 dramme dimorrà $\frac{5}{12}$ di cosa meno 4 dramme; moltipricale in sé e faranno $\frac{25}{144}$ di censo e 11 dramme meno 3 cose e $\frac{1}{3}$, che sono iguali d'una cosa ed 12 dramme; e ristaura lo più per lo più e·llo meno per lo meno, sì com'io t'òe mostrato e troverai lo numero 24. **<f. 104v>**

[1] lo $\frac{1}{3}$ d'una dramma è·lla radice sua **C**.; Dico igitur quod istius census tertia est radix eius **G**.
[2] cose **C**. [3] cose **C**. [4] 13 **C**.

<A16> Se·tti fosse detto: «moltiprica lo numero in 3 sue radici e verrane 5 cotanti del suo censo». Questo si non è altro a dire se non è quasi come se·ttu dicessi «moltiprica uno censo nella sua radice e fa' quello che·nne viene eguali al censo e alli 2 suoi terzi dello censo» e dunque la radice del censo sarà 1 $\frac{2}{3}$; e·l censo che·ttu vuolgli, sarà 2 $\frac{7}{9}$.[1]

<A17> E se·tti fosse detto: «elgli è uno censo del quale gitta via il $\frac{1}{3}$ e i·rrimanente moltiprica in 3 radici dello primo censo e verramene lo primo censo». <Se lo moltiplichi>, anzi che·ttu ne tragi lo terzo,[2] in 3 sue radici, sì·nne è lo censo e $\frac{1}{2}$. Dunque $\frac{2}{3}$ del censo, moltipricato in 3 sue radici, fanno lo censo; dunque quello censo tutto, moltipricato in 3 radici sue, si faranno lo censo e $\frac{1}{2}$.[3] Dunque lo **<f. 105r>** censo tutto, moltipricato in 1 radice, farà <la metà del>lo censo;[4] dunque la radice del censo sia la metà[5] e·llo censo[6] sia $\frac{1}{4}$. <Dunque $\frac{2}{3}$ di censo> sono $\frac{1}{6}$ e 3 radici[7] del censo si è dramma e $\frac{1}{2}$; dunque quante volte tu moltipricherai $\frac{1}{6}$ in dramme una e $\frac{1}{2}$; e verrane $\frac{1}{4}$ ch'è·llo tuo censo,[8] cioè il tuo numero.

<A18> Se alcuno ti dirà: «elgli è uno censo del quale prendi 4 sue radici e poi pilglia il $\frac{1}{3}$ del rimanente e sia iguali a 4 radici del censo», dunque <il censo> fia 256 ed è questa la reghola, in però che tu sai che il $\frac{1}{3}$ del censo che rimane è eguali di 4 sue radici; e così quello che rimane è iguali di 12 radici; <perciò aggiungi le 4 radici>[9] che·ttu li levasti; avrai 16 radici, dunque 16. E il censo[10] sarà 256, come dicem<m>o dinanzi in questa quistione.

<A19> E se dicessi: «è uno censo del quale prendi la radice sua e di quello che rimane, ne prendi la radice e giungnila sopra la radice del primo censo e vengano 2 dramme. Vo' sapere che fu il primo censo e·lla radice del numero che rimane quando n'ebbi tratta la radice». In tra l'una e·ll'altra sono 2 dramme e la radice del censo; e saranno 2 dramme meno la radice del censo, le quali dei moltipricare in sé e fa 4 dramme e censo meno 4 radici, le quali saranno eguali allo censo e alla radice <meno>. Farai come t'ò mostrato di sopra: lo più per lo più ello meno per lo meno; e avrai el censo e 4 dramme, **<f. 105v>** che sono eguali d'uno censo e di 3 radici. Leva uno censo da chatuna delle parti e rimarrà che 3 radici sono eguali di 4 dramme. Dunque una radice sarà uguale d'una dramma e $\frac{1}{3}$; dunque lo censo sarà dramme una e $\frac{7}{9}$.

<A20> E se ti fosse detto: «è uno censo del quale gittai via 3 sue radici e i·rrimanente moltiprichai in sé e vennene il censo primo». La reghola sia che·ttu sai dunque che quello che·rrimane si è altressì la radice dello primo censo; dunque lo censo sia 4 radici; dunque se lo censo è iguali di 4 radici, dunque lo censo sarà 16 dramme.

[1] $\frac{7}{92}$ **C**.

[2] mezo **C**.

[3] Dunque ... lo censo e $\frac{1}{2}$ *ripetuta in* C.

[4] reddit census medietatem **G**.

[5] dunque la metà del censo sia la radice **C**.

[6] e.llo censo ello censo **C**.

[7] sia $\frac{1}{4}$ di $\frac{1}{3}$ dunque 2 censi sono $\frac{1}{6}$ e $\frac{1}{4}$ di radice e 3 radici **C**.; Tertie ergo census due sunt sexta **G**.

[8] ch'è.llo tuo censo che il tuo censo **C**.

[9] Ergo adde ei quattuor radices quas prius abstulisti **G**.

[10] E la radice del censo **C**.

<A21> Se·tti fosse detto: «moltiplica uno censo ne'suoi $\frac{2}{3}$ e verranne 5 dramme»; sarà la reghola sua questa che, quando tu lo moltipricherai in sé, si·nne verrà dramme $7\frac{1}{2}$. Dunque dirai che el censo sia la radice de $7\frac{1}{2}$. Moltiplica dunque $\frac{2}{3}$ di radice di $7\frac{1}{2}$, che farai così: moltiplica $\frac{2}{3}$ via $\frac{2}{3}$; fa $\frac{4}{9}$; poi moltiplica $\frac{4}{9}$ via $7\frac{1}{2}$; sono $3\frac{1}{3}$, dunque dì la radice di $3\frac{1}{3}$ è $\frac{2}{3}$ della radice di $7\frac{1}{2}$; moltiplica dunque la radice di $3\frac{1}{3}$ per la radice di $7\frac{1}{2}$; sarà 25. La radice del quale 25 fia 5.

Esplicit liber Macometti de algiebra e·almuchabala hic.

Bibliografia

Abetti 1945: Abetti Giorgio, *Amici e nemici di Galileo*, Milano, Bompiani, 1945.

Ambrosetti 2008: Ambrosetti Nadia, *L'eredità arabo-islamica nelle scienze e nelle arti del calcolo dell'Europa medievale*, Milano, LED, 2008.

Arrighi 1987: Arrighi Gino, *Paolo Gherardi, Opera mathematica: Libro di ragioni - Liber habaci. Codici Magliabechiani Classe XI, nn. 87 e 88 (sec. XIV) della Biblioteca Nazionale di Firenze*, Lucca, Pacini-Fazzi, 1987.

Banfi 1961: Banfi Antonio, *Galileo Galilei*, Milano, Il Saggiatore, 1961.

Boncompagni 1862-1863: Boncompagni Baldassarre, *Intorno ad un trattato d'aritmetica stampato nel 1478*, «Atti dell'Accademia Pontificia de' Nuovi Lincei», 16, 1862-1863, pp. 608-626, 952-962.

Formighetti 1991: Formighetti Gianfranco, *Dini, Pietro*, in *Dizionario biografico degli Italiani*, a cura di Florestano Di Fausto e Eugenio Donadoni, Roma, Istituto dell'Enciclopedia Italiana, 1991, *ad vocem*.

Franci 2003: Franci Raffaella, *Una traduzione in volgare dell'al-jabr di al-Khwarizmi (ms. Urb. Lat. 291 Biblioteca Apostolica Vaticana)*, in *Il sogno di Galois*, a cura di R. Franci, P. Pagli e A. Simi, Siena, Centro Studi della Matematica Medievale, 2003, pp. 19-49.

Franci e Toti Rigatelli 1985: Franci Raffaella e Toti Rigatelli Laura, *Towards a History of Algebra from Leonardo of Pisa to Luca Pacioli*, «Janus», LXXII, 1985, pp. 17-82.

Geymonat 1969: Geymonat Ludovico, *Galileo Galilei*, Torino, UTET, 1969.

Heeffer 2008: Heeffer Albrecht, *Text Production Reproduction and Appropriation Within the Abbaco Tradition: A Case Study*, «SCIAMVS», 9, 2008, pp. 211-255.

Heeffer 2009: Heeffer Albrecht, *The Abbaco Tradition (1300-1500): its Role in the Development of European Algebra*, «RIMS Kôkyûroku», 1625, 2009, pp. 23-33.

Hissette 2003: Hissette Roland, *L'Al-Jabr d'Al-Khwārizmī dans les mss. Vat. Lat. 4606 et Urb. Lat. 291 et Guglielmo de Lunis*, «Miscellanea Bibliothecae Apostolicae Vaticanae», X, 2003, pp. 137-158.

Høyrup 2006: Høyrup Jens, *Jacopo da Firenze and the beginning of Italian vernacular algebra*, «Historia Mathematica», 33, 2006, pp. 4-42.

Hughes 1982: Hughes Barnabas, *The Medieval Latin Translation of al-Khwarizmi's al-jabr*, «Manuscripta», XXVI, 1982, pp. 31-37.

Hughes 1986: Hughes Barnabas, *Gerard of Cremona's Translation of al-Khwarizmi's al-jabr*, «Mediaeval Studies», 1986, pp. 211-263.

Mannelli Goggioli 1996: Mannelli Goggioli Maria, *Uno scienziato per ordinare la libreria del Magliabechi: Antonio Cocchi e la classificazione della Magliabechiana*, «Culture del testo e del documento», II, 1996, pp. 43-94.

Mannelli Goggioli 2000: Mannelli Goggioli Maria, *La biblioteca Magliabechiana: libri, uomini, idee per la prima biblioteca pubblica a Firenze*, Olschki, Firenze, 2000.

Mazzatinti 1899: Mazzatinti Giuseppe, *Inventari dei manoscritti delle biblioteche d'Italia. Vol. IX*, Forlì, Tip. Luigi Bordandini edit., 1899.

Pirolo e Truci 1996: Pirolo Paola e Truci Isabella, *L'Archivio Magliabechiano della Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze*, Firenze, Regione Toscana, 1996.

Rashed 2007: Rashed Roshdi, *Al-Khwarizmi. Le commencement de l'algèbre*, Paris, Blanchard, 2007.

Ulivi 2002: Ulivi Elisabetta, *Scuole e maestri d'abaco in Italia tra Medioevo e Rinascimento*, in *Un ponte sul Mediterraneo. Leonardo Pisano, la scienza araba e la rinascita della matematica in Occidente*, a cura di E. Giusti e R. Petti, Pisa, Polistampa, 2002, pp. 134-145.

van Egmond 1978: van Egmond Warren, *The Earliest Vernacular Treatment of Algebra: The Libro di Ragioni of Paolo Gerardi*, «Physis», 20, 1978, pp. 155-189.

van Egmond 1980: van Egmond Warren, *Practical mathematics in the Italian Renaissance: a Catalog of Italian Abbacus Manuscripts and printed Books to 1600*, Firenze, Editoriale Parenti, 1980.

Pervenuto in redazione il 9 ottobre 2009
e in versione definitiva il 16 settembre 2011

composto in carattere dante monotype dalla
fabrizio serra editore, pisa · roma.
stampato e rilegato nella
tipografia di agnano, agnano pisano (pisa).

★

Dicembre 2011

(cz 2 · fg 21)