

Un'attività interdisciplinare per le classi della scuola secondaria di I grado:

*sai che cosa sono le spirali? Le possiamo
vedere anche in natura?*

Giovanna Angelucci * Chiara Brocchetto **

* Università degli Studi di Milano e Mathesis Bergamo APS;

giovanna.angelucci@unimi.it

** Università degli Studi di Milano.



Sunto: *questo lavoro presenta un laboratorio a carattere interdisciplinare, tra matematica e botanica, pensato per la scuola secondaria di I grado, ideato e condotto in collaborazione con studentesse e studenti del Corso di Laurea Magistrale in Matematica dell'Università degli Studi di Milano. L'intento del lavoro è stato quello di provare a introdurre un argomento non curriculare e di portare gli alunni alla comprensione di proprietà geometriche osservabili nelle piante. Le attività, che vertono sul concetto di spirale piana, sono state sperimentate coinvolgendo otto classi della provincia di Bergamo e sono state gestite con il metodo del lavoro collaborativo a gruppi.*

Parole Chiave: *laboratorio interdisciplinare, lavoro di gruppo, spirali, fillotassi.*

Abstract: *this work presents an interdisciplinary laboratory, between mathematics and botany, designed for lower secondary schools, conceived and conducted in collaboration with students of the Master Degree Course in Mathematics of the University of Milan. The aim of the work was to try to introduce a non-curricular topic and to lead students to understand geometric properties observable in plants. The activities, which focus on the concept of plane spiral, were tested involving*

eight classes in the province of Bergamo and were managed using the collaborative group work method.

Keywords: *interdisciplinary laboratory, group work, plane spiral, phyllotaxis.*

1 - Introduzione

Che cosa sono le spirali? Le possiamo vedere anche in natura? Con questo lavoro si intende presentare un laboratorio nato dall'esigenza di trattare l'argomento delle spirali in un'attività divulgativa curata dal Dipartimento di Matematica e presentata in Orto Botanico Città Studi (Università degli Studi di Milano) e rivolta inizialmente al pubblico generico. Da questa prima proposta è stato sviluppato un laboratorio a carattere interdisciplinare, tra matematica e botanica, pensato per la scuola secondaria di I grado, ideato e condotto in collaborazione con studentesse e studenti del Corso di Laurea Magistrale in Matematica (Università degli Studi di Milano) nell'ambito delle loro attività di Laboratorio didattico e tirocinio.

1.1 – Coerenza con le indicazioni europee e nazionali

Tra le otto competenze-chiave contenute nelle Raccomandazione del Consiglio del Parlamento Europeo del 18 dicembre 2006 (2006/962/CE) possiamo leggere che:

«la competenza matematica è l'abilità di sviluppare e applicare il pensiero matematico per risolvere una serie di problemi in situazioni quotidiane. [...]. La competenza in campo scientifico si riferisce alla capacità e alla disponibilità a usare l'insieme delle conoscenze e delle metodologie possedute per spiegare il mondo che ci circonda...».

Se poi scorriamo le “Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell’infanzia e del primo ciclo d’istruzione” (MIUR, 2012) troviamo scritto che uno dei traguardi per lo sviluppo delle competenze è avere rafforzato *«un atteggiamento positivo rispetto alla matematica attraverso esperienze significative e [...] capito come gli strumenti matematici appresi siano utili in molte situazioni per operare nella realtà»*. Inoltre, tra gli obiettivi di apprendimento al termine della classe terza della scuola secondaria di primo grado viene detto che l’alunno dovrebbe essere in grado di *«visualizzare oggetti tridimensionali a partire da rappresentazioni bidimensionali»*.

1.2 – Materiali e metodi

Il laboratorio è stato inizialmente proposto in ambito universitario nell’inverno 2022-2023 e poi sperimentato in contesto scolastico in otto classi prime di due scuole secondarie di I grado in Bergamo e provincia durante l’a. s. 2023-2024. Le attività sono state svolte in parte in classe e in parte nel cortile o giardino della scuola e proposte con il metodo del lavoro collaborativo a gruppi. Esse vertono sul concetto di spirale piana con brevi cenni al suo sviluppo nello spazio, con l’intento di introdurre un argomento non curriculare e di portare gli alunni alla comprensione di proprietà geometriche osservabili nelle piante. Nella parte dell’attività che viene svolta in cortile i ragazzi sono stimolati a cercare tre esemplari di piante con diversa “fillotassi” e in particolare a trovarne una (o più di una) con le foglie disposte a spirale. Prima di iniziare la ricerca, viene esplicitato loro che la fillotassi è la disciplina che studia la disposizione delle foglie su un fusto. Il termine fillotassi deriva dal greco phyllon

= foglia e taxis = ordine (Longo, 1986; Bell, 1993). Si presenta agli studenti un modello di fillotassi spiralata, prima in immagine e poi in tre dimensioni, che mostra come le foglie si dispongono attorno al fusto di una pianta. Supponendo di modellizzare il fusto di una pianta (erbacea o arborea) con una superficie conica è possibile immaginare di posizionare le foglie sulla superficie del cono seguendo una linea con andamento a elica attorno al modello di fusto (Figura 1). Una volta proiettata la linea su un piano, che potrebbe essere un foglio di carta, bene, abbiamo ottenuto una spirale (Angelucci, 2024).

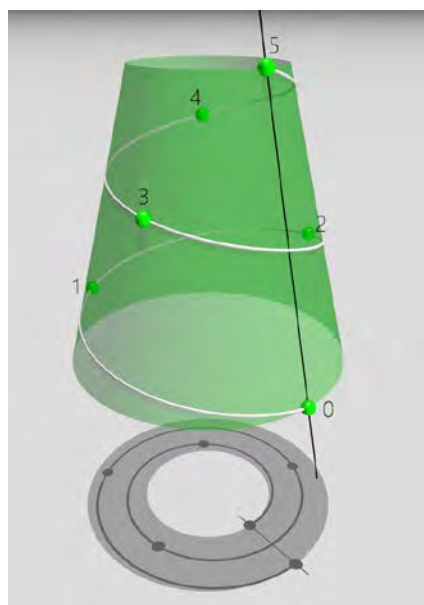


Figura 1: immagine realizzata con il software Geogebra da Riccardo Moschetti (Angelucci, 2024).

2 - Attività 1. Sai che cosa sono le spirali?

Partendo da questa domanda introduttiva, che viene rivolta alla classe a inizio laboratorio, si presenta brevemente l'attività che intende introdurre il concetto di spirale piana. A ciascun gruppo viene consegnata una scheda di lavoro (allegato 1) e, partendo da una breve descrizione di queste particolari curve, si chiede ad ogni componente del gruppo di individuare sul disegno della spirale (Figura 2) gli elementi che la caratterizzano (polo, spira e passo) per poi giungere ad una risposta condivisa dal gruppo e riportarla nella scheda. Il ruolo della guida/insegnante (in questo caso lo studente tirocinante) è quello di guida vigile che non fornisce le risposte corrette, ma stimola il pensiero critico, l'uso delle diverse abilità personali e la collaborazione tra le diverse componenti del gruppo nello spirito del *Cooperative Learning* (Ellerani & Padan, 2004).

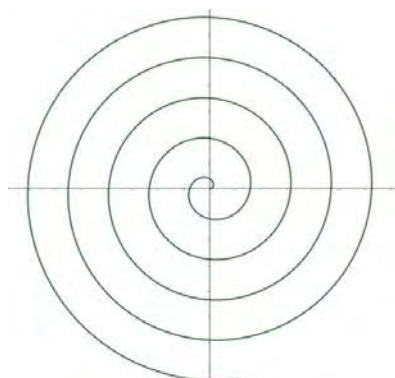


Figura 2: spirale di Archimede, immagine ottenuta con il software Geogebra.

2.1 – Osservazioni

La maggior parte degli studenti riesce ad individuare il polo e a disegnarlo correttamente in corrispondenza del centro degli assi cartesiani rappresentati nell'immagine. Alcuni studenti arrivano ad individuare in poco tempo e precisamente le diverse spire (Figura 3), facendo coincidere il punto di inizio della prima spira con il polo, senza bisogno di intervento della guida e/o di strumenti ausiliari. Una piccola parte di studenti giunge a disegnare la singola spira partendo da un punto qualsiasi scelto sulla curva (Figura 4). Evitano cioè di partire dai punti “preferenziali” come quelli di intersezione della curva con gli assi cartesiani, dal momento che non è esplicitata questa indicazione nella scheda attività.

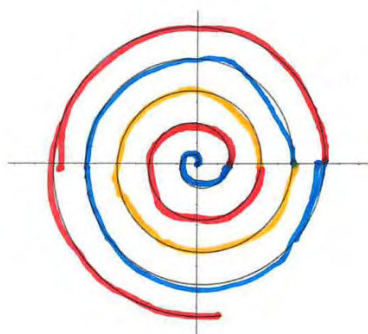


Figura 3.

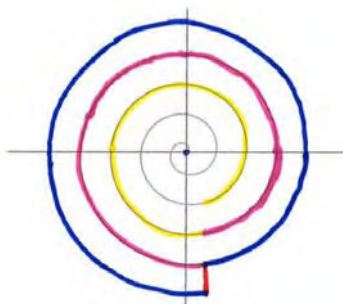
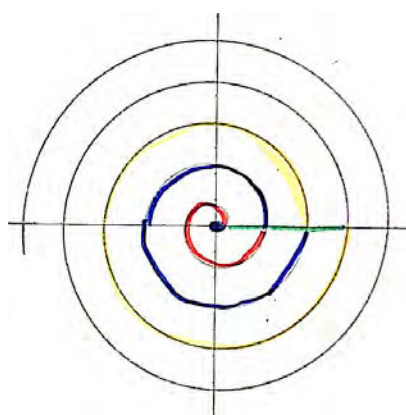
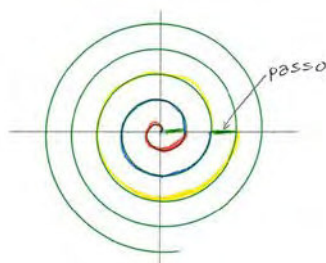
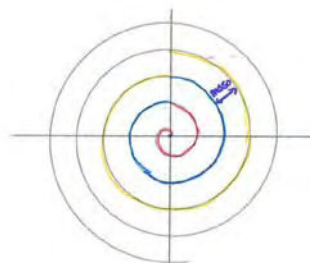


Figura 4.

Gli studenti che dimostrano di aver compreso il concetto di spira sin dalla fase iniziale dell'attività hanno poi saputo verbalizzare la differenza tra la curva spirale e la singola spira. Inoltre questi studenti hanno potuto aiutare gli altri componenti del gruppo a raggiungere questa consapevolezza. La maggior parte degli alunni ha disegnato correttamente il passo (Figura 5) solo dopo il confronto con la guida presente in aula, mostrando che il passaggio dalla definizione fornita nelle schede alla sua raffigurazione non è sempre immediato.

**Figura 5.**

La difficoltà più grande registrata è quella in generale di passare dalla definizione matematica ad una raffigurazione concreta. I ragazzi creano un'immagine mentale (che poi riportano su carta) del passo intendendolo come "spazio" tra una spira e l'altra; ciò porta poi a soluzioni ambigue (Figura 6 e Figura 7). L'immagine mentale e il significato intuitivo di passo risultano per lo studente molto più forti della definizione, che non viene più considerata, nonostante suggerisca loro come fare per rappresentare nel giusto modo il passo tra due spire.

**Figura 6.****Figura 7.**

3 - Attività 2. Esistono diversi tipi di spirali?

La seconda attività (allegato 2) porta gli studenti alla scoperta di diversi tipi di spirali piane. In particolare si mostrano la spirale archimedeana (Figura 8) (già esaminata nella prima scheda), la spirale logaritmica (Figura 9) e la spirale di Fermat (Figura 10). Tramite la compilazione della scheda di lavoro gli alunni sono stimolati a individuarne le caratteristiche comuni e le differenze. Inoltre, in questa fase gli studenti arrivano ad attribuire a ciascuna curva rappresentata il nome corrispondente a partire dalla descrizione che viene fornita nella scheda.

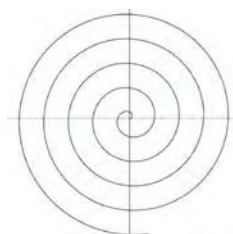


Figura 8: spirale 1
(spirale di Archimede).

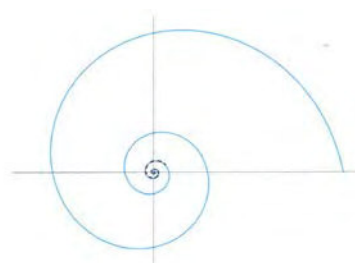


Figura 9: spirale 2 (spirale logaritmica).

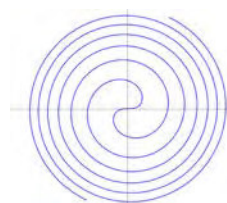


Figura 10: spirale 3
(spirale di Fermat).

3.1 - Osservazioni

La consegna della seconda scheda innesca un'immediata e vivace discussione di gruppo sull'interpretazione delle nuove immagini: la maggioranza degli studenti rimane colpita in particolare dal disegno della spirale di Fermat (Figura 10). Una delle osservazioni iniziali è "che forse la spirale 3 non ha il polo". L'intervento della guida invita gli studenti a risolvere il quesito sorto spontaneo, esortandoli a ragionare in gruppo sulla definizione di polo vista poco prima e a cercare di capire

se ci sia un punto che per quella curva soddisfi la definizione. Un'altra osservazione che emerge spesso è che la spirale di Fermat è una “spirale doppia” (Figura 11). Per fare in modo che tale osservazione risulti chiara a tutto il gruppo la guida consiglia ai ragazzi di lavorare sulla spirale utilizzando alcuni colori per distinguere le due curve da cui è composta. Di conseguenza risulta per loro più semplice anche l'individuazione corretta delle spire e del passo (Figura 12).

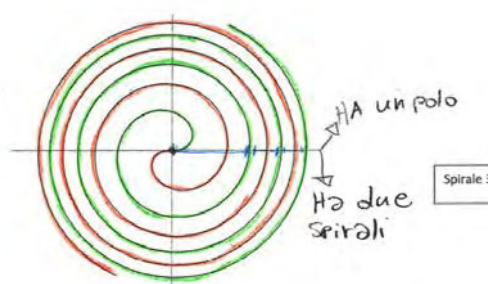


Figura 11.

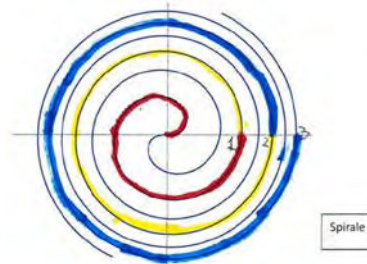


Figura 12.

Solo alcuni ragazzi si accorgono che, nella spirale 2 (Figura 9), il polo non appartiene alla curva (i trattini visibili in Figura 9 sono stati segnati di proposito per lasciare la possibilità a questa non scontata osservazione di emergere). Tale considerazione porta alcuni alunni a comprendere che il polo non è necessariamente posizionato sulla curva.

Quasi tutti gli studenti riconoscono immediatamente che nelle spirali 2 e 3 la misura del passo varia con regolarità, man mano che ci si allontana dal o ci si avvicina al polo. La maggior parte dei gruppi conferma tale intuizione attraverso misurazioni e osservazioni più precise. Infine, la quasi totalità dei gruppi riesce ad associare correttamente le tre immagini di spirale al nome a loro attribuito nella scheda.

Tra le difficoltà riscontrate, forse la maggiore è stata quella di individuare la posizione del polo della spirale 3 poiché le immagini mentali fuorvianti che i ragazzi associano agli oggetti polo e passo sono molto forti. Si rileva in qualche caso una certa “fatica” ad accettare che l’origine delle due spirali semplici contenute nella spirale 3 coincida effettivamente con il polo, nonostante la definizione. Inoltre, emerge anche in questa fase la difficoltà nell’individuare il passo nel modo corretto (Figura 13 e Figura 14).

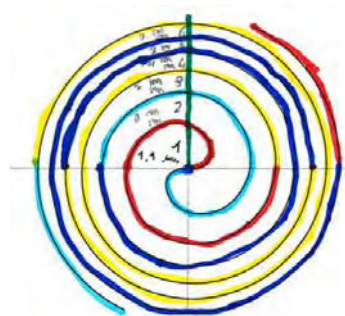


Figura 13.

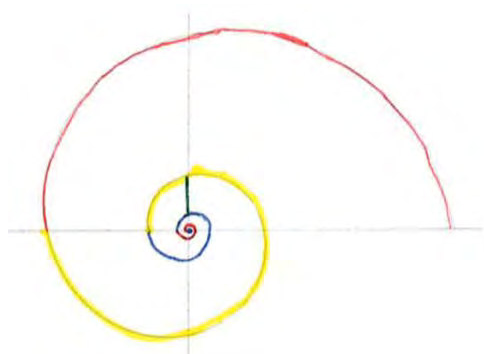


Figura 14.

Stimolando il gruppo alla discussione e facendo osservare con attenzione le immagini delle due spirali che non hanno passo costante, si è riusciti in un secondo momento a condurre gli studenti alla rappresentazione corretta (Figura 15). Questo intervento li porta a comprendere che un certo modo di segnare il passo tra due spire sia sbagliato ma anche che passare attraverso l’errore è a volte necessario e anzi può rappresentare uno strumento di conoscenza infatti «sbagliare non solo è lecito, ma è necessario» (Dedò & Di Sieno, 2013, p. 334).

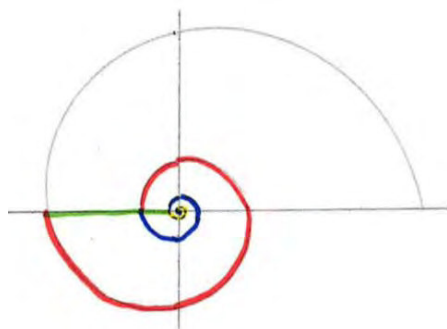


Figura 15: i segmenti in verde rappresentano i passi tra due spire consecutive.

4 – Fillotassi in cortile

Concluso il lavoro in classe con le schede attività, i ragazzi vengono portati nel cortile della scuola e, prima di iniziare la ricerca delle piante con foglie “a spirale”, si mostra loro un modello concreto utile per illustrare il passaggio che si compie spostandosi dalla “visione” della spirale piana (prima in astratto e poi su carta) alla spirale nello spazio reale. Il modello di Figura 16 è stato costruito “sollevando” su un cono di cartoncino la spirale di Archimede (dopo avere disegnato alcune foglioline e averla poi ritagliata).

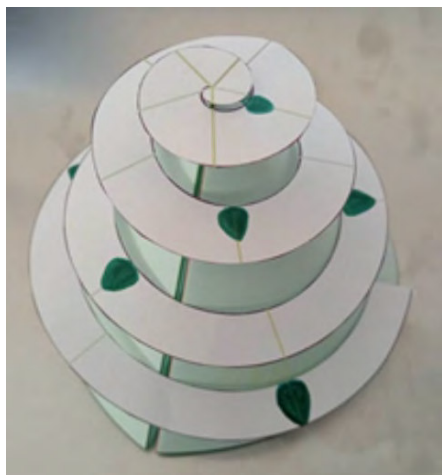


Figura 16.

A questo punto si chiede loro di individuare tra le diverse specie presenti nello strato erbaceo del giardino (Figura 17), un esemplare (o più di uno) che abbia le foglie disposte a spirale, o meglio “a elica”. Si rammenta loro che in questo modo si è passati dalla rappresentazione di una curva sul piano, le spirali viste nelle attività in aula, all’osservazione di un fenomeno che avviene nello spazio. Lavorando su esempi concreti si arriva così a scoprire la fillotassi, visibile su esemplari di piante in vivo, come in questo caso, o su modelli ideati ad hoc. Questa parte di attività pratica permette agli studenti di osservare in un modello reale in tre dimensioni (la pianta intera), un fatto che fino a pochi minuti prima avevano osservato solo su “carta” e in due dimensioni.

**Figura 17.**

5 – Conclusioni: il punto di vista della tirocinante

Al termine della sperimentazione, raccogliamo qui qualche riflessione personale della studentessa che ha partecipato come tirocinante al laboratorio (Chiara Brocchetto).

L'esperienza diretta con le classi è stata molto positiva e costruttiva, sia dal punto di vista personale, sia da un punto di vista "professionale", perché mi ha fornito un primo sguardo sull' ambiente di lavoro scolastico. Ho potuto raccogliere tante osservazioni utili, maturate spesso dagli studenti stessi in fase di laboratorio, molte delle quali abbiamo già riportato nel testo precedente.

E' stato stimolante e non scontato per me notare che sin dalle prime fasi di svolgimento dell' attività, in particolare in quelle trattate nella scheda 2, i ragazzi erano attivi, commentavano le immagini e risultavano incuriositi. L'aver osservato il lavoro dei gruppi, mi ha permesso di notare come l'emergere di alcune difficoltà, consenta adottare immediati accorgimenti e modifiche all' attività di laboratorio già in

corso d'opera, allo scopo di rendere le schede di lavoro più efficaci e le consegne più chiare.

Ascoltando le osservazioni dei ragazzi o leggendo le loro risposte sulle schede, ho potuto rilevare che non è affatto scontato che riescano a verbalizzare con facilità il contenuto delle loro considerazioni. Inoltre ho potuto rendermi conto del fatto che non è affatto banale per gli studenti sintetizzare ed esprimere le osservazioni emerse nel gruppo e riportarle sulla scheda.

Al termine della sperimentazione abbiamo dovuto registrare che il tempo a priori stabilito per il laboratorio (l'ora e mezza programmata) è insufficiente, considerando sia l'effetto "uscita su campo" che i molti stimoli scaturiti dalla discussione di gruppo. Tutte queste osservazioni serviranno per modificare le schede attività in vista di utilizzazioni future. Infine, altri studenti tirocinanti si occuperanno dell'analisi dei test che sono stati somministrati agli alunni e agli insegnanti: contiamo nel prossimo futuro di poter trarre ulteriori considerazioni che serviranno a "aggiustare il tiro" e ottimizzare l'efficacia del laboratorio.

Bibliografia

Angelucci, G. (2024). *Matematica in giardino. Quaderno di laboratorio per le classi della scuola secondaria di I grado*. Milano University Press. DOI: <https://doi.org/10.54103/milanoup.142>

Bell D., A. (1993). *La forma delle piante. Guida illustrata alla morfologia delle angiosperme* (F. Bracco, Trans.; 1st.ed.). Zanichelli. (Original work published 1991).

Dedò, M., & Di Sieno, S. (2013). The Mathematics Laboratory: An Outline of Contents and Methodologies. *La Matematica nella Società e*

nella Cultura. *Rivista dell'Unione Matematica Italiana*, 6(2), 321-342.
<http://eudml.org/doc/293789>

Ellerani, P., & Pavan, D. (2004). L'apprendimento cooperativo: tratti di storia e di applicazione didattiche. In C. Vescini (Ed.), *Uno a casa, tre in viaggio. Il Cooperative Learning: riflessioni e pratiche educative*. I.R.R.E Emilia Romagna.

Longo, C. (1986). *Biologia vegetale, morfologia e fisiologia*. Utet.

Miur, (2012). Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione.
https://www.miur.gov.it/documents/20182/51310/DM+254_2012.pdf

Sitografia

EurLex (Raccomandazioni del parlamento europeo e del consiglio)

<https://eur-lex.europa.eu/eli/reco/2006/962/oj?locale=it>

Geogebra classico

<https://www.geogebra.org/classic?lang=it>

Geogebra geometria

<https://www.geogebra.org/geometry>

Allegato 1

Scheda 1

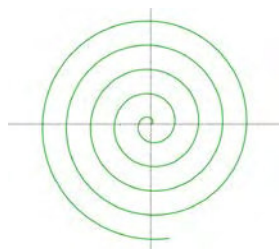
Sai che cosa sono le spirali?

Le spirali sono particolari curve piane che si avvolgono attorno a un punto infinite volte, avvicinandosi o allontanandosi progressivamente, a seconda di come si percorre la curva.

Osserviamole nel dettaglio!

Il punto attorno a cui si avvolge la curva si chiama polo. Un unico giro completo di 360° della curva attorno al polo si chiama spira. Infine la distanza tra due spire è detto passo della spirale (che possiamo vedere come distanza tra il punto in cui inizia una spira e il punto in cui inizia la successiva).

Osserviamo la figura sotto.



Nella figura sopra è presentato un esempio di spirale, di cui ancora non vi diciamo il nome!

Provate, lavorando in gruppo, a:

- _ indicare in figura il punto che rappresenta il polo segnandolo con il colore blu;
- _ evidenziare con il colore rosso, blu e giallo 3 diverse spire;
- _ segnare con un altro colore i segmenti che indicano il passo.

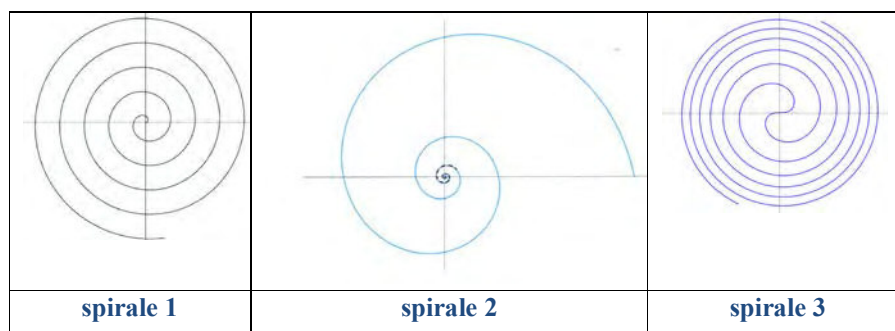
Allegato 2

Scheda 2

Esistono diversi tipi di spirali?

Ci sono diversi tipi di spirali, come viene mostrato dalle figure sotto.

Strumenti: un righello.



Osservate le spirali proposte e poi provate a dire se riuscite a trovare delle caratteristiche comuni.

Riuscite a trovare delle caratteristiche che permettano di distinguerle?

Ed ora provate a completare le seguenti frasi.

_ La spirale che ha i passi che si accorciano allontanandosi dal polo e che risulta simmetrica per rotazioni di 180° si chiama spirale di Fermat ed è la numero _____.

_ La spirale che ha il passo costante si chiama spirale di Archimede o archimedeo ed è la numero _____.

_ La spirale che ha i passi che si allungano allontanandosi dal polo e che risulta sempre somigliante a se stessa si chiama spirale logaritmica ed è la numero _____.