Matemática informal: ¿una contradicción?

Maria Dedò

El emparejamiento de la palabra “informal” con Matemática puede sorprender y parecer un absurdo. Nos proponemos argumentar por qué, por el contrario, nos parece necesario este plano informal de comunicación y por qué esto no contradice la exigencia sustancial de rigor que en todo caso es uno de los rasgos distintivos de la Matemática. La importancia de las imágenes en este proceso cobrará un relieve particular.

Desde muchos lugares en los últimos años ha surgido el problema de si es oportuno buscar formas de comunicación de la Ciencia, y en particular de las Matemáticas, que salgan de los cánones clásicos para utilizar otros canales. Al principio estas iniciativas se vieron con cierta desconfianza, pero casi enseguida su indudable éxito ha llevado al convencimiento de que, por lo menos, vale la pena discutir el problema con mayor atención.

En Italia, el Centro *matematita*[1] se constituyó (en 2005) como centro de investigación, precisamente partiendo de la convicción de que el problema de la comunicación y el aprendizaje informal de las Matemáticas es un punto crucial, que merece una atención especial. La constatación de la que se ha partido es el hecho de que cualquier forma de enseñanza y/o aprendizaje de las Matemáticas, si se pretende tener esperanza de éxito y sobre todo esperanza de enraizarse en el tiempo, debe basarse en un conocimiento preestablecido que dé significado a los conceptos que poco a poco se van aprendiendo. El aprendizaje informal no se ve, por tanto, como algo que se contrapone a un aprendizaje formalizado, sino más bien como un momento precedente, que constituye un estadio necesario con el fin de que el paso sucesivo tenga un sentido.

1 *matematita*, Centro de Investigación Interuniversitario para la Comunicación y el Aprendizaje Informal de las Matemáticas, ver [1]. El nombre *matematita* se forma en italiano como acrónimo de *matemática* y *matita* (lápiz en italiano) [N. del T.].

Demos un paso atrás y comencemos declarando explícitamente qué entendemos por "comunicación de las Matemáticas": hablando de comunicación de la Matemática nos referimos aquí a las iniciativas (libros, materiales multimedia, artículos, exposiciones, películas o cualquier otra) que no sólo hablen de Matemáticas, sino que intenten también un acercamiento del público a contenidos matemáticos. Por tanto, por ejemplo, no nos interesa (en este lugar y para esta discusión) un texto o una película donde las Matemáticas aparezcan simplemente porque el protagonista sea un matemático, pero en la que no se entre en contenidos matemáticos. Vale la pena observar que en estos últimos años han proliferado también este otro tipo de iniciativas, que seguramente pueden tener un interés notable para acercar las Matemáticas a un público muy a menudo hostil y con prejuicios. Como hemos señalado, en lo que sigue no nos ocuparemos de este tipo de iniciativas.

¿Qué sentido tiene entonces el adjetivo informal referido a una iniciativa de comunicación? Antes de responder a esta pregunta, digamos rápidamente que sentido no tiene: hablando de un plano informal de la comunicación no queremos decir que la comunicación pueda ser aproximada o que descuide ese rigor, que es un rasgo distintivo de las Matemáticas. Por el contrario, el término "informal" se refiere principalmente a la deliberada renuncia al lenguaje técnico típico de la Matemática y a la consiguiente decisión de utilizar la lengua "normal", con toda su riqueza de matices y de soportes externos y, a la vez, con toda su carga de ambigüedad y con los problemas que esto comporta y a los que dedicaremos una atención especial.

No se trata, por tanto, de renunciar al rigor, se trata de renunciar a ese rigor que se obtiene de "modo automático" utilizando (¡correctamente!) el lenguaje "matematesco", de una manera que resulta fácil –¡en muchos sentidos incluso demasiado fácil!– para el que conoce este lenguaje, pero incompresible para todos los demás. El rigor sustancial sobre lo que se quiere decir se deberá buscar (fatigosamente), adecuándolo al interlocutor al que se quiere llegar, solo con la fuerza del lenguaje común.

En efecto, en Matemáticas el lenguaje es un componente crucial; y es un elemento precioso precisamente porque garantiza, respetando ciertas reglas del juego, una forma de hablar absolutamente no ambigua; no obstante, está claro que se trata de un elemento que excluye *a priori* a todos los que no tengan claras dichas "reglas del juego"; y es por tanto un lenguaje a cuya necesidad hay que llegar, lentamente y con aproximaciones sucesivas, y quizás precisamente mediante el choque con la ambigüedad del lenguaje común.

Para aclarar este asunto del rigor y el lenguaje, de la diferencia entre un rigor sustancial y un rigor solo formal y vacío de contenidos, me parece útil abrir un inciso y poner un ejemplo presentando un "juego" que se ha propuesto desde hace años bajo formas distintas en los laboratorios del Centro *matematita*. El juego se llama la *mosca ciega*[2] (retomando el nombre de un juego común entre los niños en Italia) y en el que participan dos grupos de dos o tres muchachos cada uno, sentados a una mesa y separados por una tabla divisoria, de modo que cada grupo no pueda ver qué tiene el otro grupo. A cada uno de los grupos se le da un "objeto

2 Similar a nuestra *gallina ciega* [Nota del traductor].

matemático": para fijar las ideas, pensemos en un poliedro realizado con piezas encajables (**11080**)[3]. Este no debe ser demasiado complicado, ni tampoco demasiado simple. No usamos, por tanto, un cubo o una pirámide, sino poliedros uniformes como la figura 1 (**11108**) o un antiprisma (**10839**) o un deltaedro (**10842**); o tal vez algo absolutamente disparatado (**11115**) (naturalmente el ejemplo se elige de manera cuidadosa, según la edad y la competencia de las personas que hay enfrente). Cada grupo tiene a su disposición el material necesario y debe dar a los chicos del otro grupo indicaciones para que reconstruyan el poliedro que éstos no pueden ver. Al final, naturalmente, se sube el panel divisorio y se comprueba el resultado…

3 De aquí en adelante: cuando se inserte un número en negrita, como por ejemplo, 11080, se refiere a la imagen localizable en red en la página *Immagini per la matematica*, en la dirección: http://www.matematita.it/materiale/?p=cat&im=11080 .

Figura 1. Poliedros uniformes. Imagen 11108.

Este juego, que se puede "reciclar" con otros ingredientes [por ejemplo una figura plana un poco complicada para rehacer sobre un papel cuadriculado, o un mosaico (**10752**), o también un rosetón (**7101**)], ayuda a los alumnos a tomar conciencia de la necesidad de un lenguaje no ambiguo y de cómo la insistencia de sus profesores en usar una palabra y no otra (insistencia que a veces a ellos les parece pura meticulosidad y, a veces, desafortunadamente, lo es de verdad) puede por el contrario servir para centrar la atención precisamente sobre el elemento significativo que sirve para identificar un objeto en lugar de otro.

Hemos iniciado este artículo refiriéndonos a iniciativas dirigidas al gran público (y en lo que sigue lo mantendremos como referencia) y después hemos dado un ejemplo en el terreno estrictamente escolar. En efecto, el problema de la comunicación informal une estrechamente el plano de la divulgación dirigida al gran público al de la enseñanza escolar, con la correspondiente carga de problemas.

Se trata de dos terrenos bastante distintos y, sin embargo, unidos tanto por un hecho banal (la mayor parte del público de una exposición de Matemáticas, o más en general de cualquier iniciativa divulgativa, está constituido por chicos en edad escolar), como por una razón mucho más profunda: que en ambas situaciones son necesarias actividades que hagan emerger los significados de lo que se está haciendo y, por tanto, precisan una comunicación informal en la que la observación de los hechos matemáticos no quede oculta por un pesado aparataje técnico quizás no (o todavía no) digerido.

Es evidente que no es posible (y no sería deseable) que las formas usuales de aprendizaje sean sustituidas completamente por experiencias de tipo informal como la visita a una exposición o el visionado de una película. Es también evidente, por tanto, que el aparato técnico debe en algún momento entrar en el proceso de aprendizaje, por lo menos para los que tendrán luego necesidad de Matemáticas de un cierto nivel. Los dos planos, no obstante, pueden darse la mano e interactuar de un modo útil. Aun más, las actividades de tipo informal pueden servir para constituir en los chicos un sustrato que dé sentido y significado a las abstracciones formales con las que estarán en contacto en los ciclos educativos sucesivos y que en caso contrario corren el riesgo de desvanecerse.

En efecto, cuando se intenta analizar los motivos de la escasa eficiencia de la enseñanza escolar de las Matemáticas, reconocida y lamentada por muchos, en muchas ocasiones y en diversos países, europeos y no europeos (Lockhart, 2009), el punto crucial contra el que casi siempre se choca es precisamente el de la falta de significado: algoritmos o procedimientos aprendidos mecánicamente sin dar un significado a lo que se está haciendo, y por tanto olvidados con rapidez, o aplicados donde no procede; muchachos que, incluso cuando han llegado a la universidad, confunden paralelismo con perpendicularidad, o 0 con 1, o que declaran saber resolver ecuaciones en *x* pero no en *y*… Todo profesor posee una colección personal de "amenidades" de este tipo, las cuales poseen todas el mismo denominador común, es decir, la enseñanza de palabras, o de técnicas, o de fórmulas, que llegan a los alumnos completamente privadas de su significado.

Las experiencias de comunicación informal pueden, por el contrario, ayudar a construir un bagaje de significados sobre el que se podrá después impostar de manera más fácil una enseñanza (¡formalizada, esta vez sí!) que tenga posibilidades de resultar sólida con el paso del tiempo.

Entre los elementos que nos parecen especialmente significativos para caracterizar positivamente una iniciativa de comunicación informal, queremos subrayar dos aspectos: el primero es que al visitante-usuario se pida que intervenga directamente, que se ponga a jugar en primera persona, a "hacer matemáticas"; cada uno a su nivel, obviamente, pero sin renunciar a nada de ese componente de aventura, de descubrimiento, de fantasía que caracteriza la investigación matemática; el segundo se refiere a los contenidos, que deben ser ricos y profundos, y que no pueden limitarse a banalidades o quedarse en la superficie del problema[4]. Con

4 Naturalmente esta exigencia requiere por principio ejemplos que expliquen qué se entiende efectivamente por "contenidos ricos y profundos". Nos limitamos aquí a redirigir al lector a algunos libros y/o páginas web, por ejemplo AA.VV. 2004, Bellinger et ál. 2000, [1], [2], [3], donde se pueden encontrar algunos ejemplos de las iniciativas llevadas a cabo por el Centro en estos años.

esta intención vale la pena observar que mantenerse precisamente en este plano informal permite explorar asuntos que sería difícil tratar si se quisiese hacer de una manera orgánica y formal.

Pongamos un ejemplo explícito, también este en el ámbito escolar, en una franja de edad que en Italia corresponde a la Scuola Media (11-14 años)[5]: la gran mayoría de los profesores evitan la geometría sólida, dejándola para el último año y a menudo para las últimas clases del último curso, consiguiendo así suprimirla casi completamente. El motivo aducido para esta praxis tan difundida es que la geometría sólida "es demasiado difícil". Pero, ¿es acaso verdad que la geometría sólida sea más difícil que la geometría plana? Seguramente sería verdad si nuestro objetivo fuese la construcción axiomática de la geometría euclídea. Pero con muchachos de estas edades nuestro propósito no debe ser éste, sino más bien ponerles en contacto con un bagaje de hechos geométricos, hacerles observar fenómenos que estimulen su curiosidad y que les empujen autónomamente a hacerse preguntas y, ojalá, después, a buscar las respuestas, aunque sólo sean parciales, a estas preguntas. Y, para esta tarea, la geometría sólida es quizás hasta más fácil que la plana; es seguro que se presta mejor a ello no solo porque es más natural (ya que es la geometría del entorno en el que nos movemos y no una abstracción, como la *planilandia* de un trozo de papel), sino también por la mayor variedad y riqueza de los fenómenos que en ella encontramos.

Recapitulando, tenemos una situación en la que pretendemos estimular la interacción de las personas con hechos matemáticamente significativos, incluso difíciles, renunciando al lenguaje codificado propio de las Matemáticas, pero sin renunciar, aunque sea mediante modos y formas no canónicos, a la precisión y al rigor. Es, por tanto, natural preguntarse qué argumentos nos pueden ser de ayuda en estos intentos.

5 La *Scuola Media* italiana dura tres cursos y se corresponde con 6º de Primaria y el primer ciclo de la ESO en el sistema español. [Nota del traductor].

a los mosaicos (**4422**), de los poliedros (**7934**) a los problemas de empaquetamiento (**11872**), de las superficies regladas (**9525**) a las foliaciones (**7030**), de los helicoides (**66**) a las cintas de Moebius (**7943**)…

Figura 2. Granadas. Imagen 11872.

Figura 3. Dibujos en la madera. Imagen 7030.

Pero cuando empleamos la palabra "imagen", frecuentemente nos referimos a algo completamente distinto a lo anterior. Es decir, no a imágenes "reales" (una fotografía, un dibujo), sino a una imagen mental, que existe sólo en nuestra cabeza. Probablemente asociamos esta imagen con el sentido de la vista, imaginándola como una especie de "transferencia" a nuestro cerebro de una imagen real que recordamos haber visto, o que podríamos ver. Como si nuestros ojos hubieran hecho una fotografía que ha sido después revelada en el cerebro. En realidad las cosas no son exactamente así y la imagen mental es algo que puede ser mucho más rico y articulado que el simple contrapunto mental de una imagen "verdadera". En efecto, el mismo verbo "ver" se utiliza en lengua italiana (y en otras también) no sólo en su significado literal, de ver utilizando el sentido de la vista, sino también como sinónimo de "entender". Y, en este caso, se trata de una forma de "entender" que indica una comprensión especialmente profunda, de esas que echan raíces y que dan sentido a las cosas, contrapuesto a la comprensión mecánica y superficial: "¡Lo he visto!" es un grito de *eureka*, es ese "¡lo he entendido!" que se convierte en un basamento y permanece con nosotros en futuras construcciones mentales.

Pensemos como comprobación de este hecho (es decir, que las imágenes mentales no se corresponden con imágenes visibles reales) en las muchas veces que quedamos insatisfechos con los dibujos que representan situaciones de las que tenemos en la cabeza una clarísima imagen mental. Cuando nos damos cuenta de que el dibujo no va bien (incluso después del tercer intento, ni siquiera girándolo…), puede que el motivo sea que buscamos (quizás inconscientemente) una transferencia sobre el papel de la imagen que tenemos en la cabeza; salvo que esa imagen es, en este caso, no una imagen, sino algo mucho más rico (algo que nos hace "entender" e "imaginar", y no sólo "ver"). Por ejemplo, una imagen mental de un objeto tridimensional comprende la tridimensionalidad, comprende informaciones que nos vienen del sentido de tacto, más que del de la vista, comprende no uno sino muchos puntos de vista del objeto. Es, por tanto, bastante fácil que una imagen real nos deje insatisfechos ante toda esta riqueza[6].

Conway, Doyle, Gilman y Thurston, en sus *ejercicios de imaginación* [4], citan un bonito ejemplo sobre esto. Se presentan unos problemas para ser discutidos en pareja, a veces con los ojos cerrados, tratando de hacer que surja una imagen mental. Como ejemplo para apoyar lo que decimos pensemos en un problema clásico: el hexágono regular se puede obtener como sección de un cubo, cortándolo por un plano ortogonal a una

6 Con respecto a esto se debería abrir otro discurso –que dejamos para otro momento– dedicado al frente de las imágenes en movimiento que, en parte, pueden ayudar a superar estos inconvenientes, sobre todo si se trata de animaciones interactivas, en las que el usuario puede intervenir seleccionado y haciendo rotar el objeto.

diagonal que pase por el centro del cubo. Se puede hacer un experimento con las personas que previamente han pasado un cierto tiempo "imaginando" el hexágono regular en el cubo, hasta lograr "verlo", y pedirles de qué tamaño es el cubo que han imaginado. Parece a primera vista una pregunta tonta, porque el problema es invariante por semejanza, y que por tanto es lo mismo pensar en un cubo que tenga 1 cm que 1 km de arista. Sin embargo, la mayoría de las personas responde que han pensado en un cubo de arista entre 10 y 20 cm; aun más, si a quien ha imaginado el hexágono en el cubo y ha declarado que lo ha "visto", le pedimos que repita el "ejercicio de imaginación" con un cubo de 1 m de arista, se dará cuenta con sorpresa de que no le resulta fácil, ni es una consecuencia automática del primer "ejercicio". No hablemos siquiera de realizarlo con cubos de 1 km, o de tan solo 10 m; esta es una tarea casi imposible para la mayoría de las personas. La imagen mental es una cosa, por tanto, mucho más articulada que la imagen real, es algo en donde interviene el sentido del tacto y los distintos puntos de vista: no es casual que el cubo de 10 cm sea un cubo que se pueda coger con la mano, se pueda girar y se pueda mirar por todas partes, cosa que no se puede hacer con un cubo de 10 m de lado.

Hemos hablado solamente de imágenes mentales que de alguna manera se correspondan con situaciones tridimensionales, pero existen imágenes mucho más abstractas (un hipercubo, un grupo…), para las que varía muchísimo la situación y la versatilidad cuando las usamos, consciente o inconscientemente. Una imagen mental es a veces, precisamente, el lugar donde condensamos la síntesis de todo el arduo trabajo de comprensión de un concepto dado.

Esta digresión sobre las imágenes mentales es necesaria porque, cuando hablamos de la utilización de imágenes en la comunicación, es decir, en la enseñanza/aprendizaje de la Matemática, estamos en realidad discutiendo sobre un proceso que parte de la imagen mental que tenemos en nuestro pensamiento y que busca "traducirla" y transferirla a una imagen real, sobre el papel o sobre la pantalla, buscando después un nuevo proceso de traducción por parte de la persona que, usando como soporte esta nueva imagen, deberá fabricarse su propia imagen mental.

Tenemos, por tanto, dos trayectos, ninguno de los cuales es automático: el de quien trasmite (de la imagen mental a la real) y el de quien recibe (de la imagen real a la mental). Intentaremos en lo que sigue proporcionar algunos elementos de análisis para ambos, prestando una atención especial a los riesgos que pueden emerger en estos recorridos y a las estrategias para evitarlos o por lo menos minimizarlos.

Antes que nada, del análisis muy sumario que hemos hecho de la idea de imagen mental, se puede deducir que el primer trayecto es "inicuo", ya que el punto de partida es mucho más rico que el de llegada y, por tanto, se perderán muchas informaciones.

A este respecto, me gusta citar la portada de Coxeter (1974), que representa un mosaico uniforme con pentágonos (**fig. 4, 847**): sólo después de haber leído el libro, y de haber asimilado la construcción que da Coxeter del 120-celdas (uno de los seis politopos regulares, constituido por 120 dodecaedros), nos damos cuenta del hecho de que la imagen representa una síntesis maravillosa de esta construcción (**fig. 5, 3246**). Es cierto, no obstante, que se trata de una "alusión" que sólo unos pocos captan.

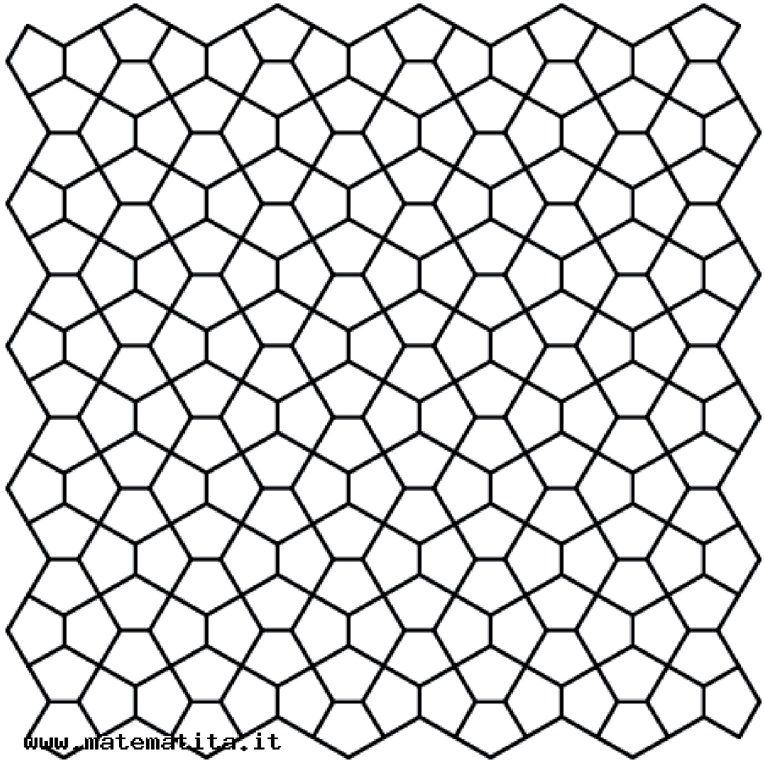

Figura 4. Un mosaico de pentágonos. Imagen 847.

Figura 5. Construcción del 120-celdas. Imagen 3246.

En casos como éstos, la pérdida de información es enorme y evidente; pero en realidad siempre hay pérdida, también en casos más banales, en los que pensaríamos que la imagen está más directamente representada por el concepto que tenemos en la cabeza.

Figura 6. Un tapacubos C4. Imagen 4821.

Hay, por lo menos en algunos casos, medidas que podemos adoptar para disminuir esta pérdida de información. Un primer apunte, obvio (pero a pesar de ello muchas veces inobservado), es que **muchas** imágenes constituyen algo que, a menudo, es estructuralmente distinto de **una** sola imagen. Si estamos introduciendo la idea de grupo de simetría de una figura plana y buscamos ejemplificar una simetría cíclica, no basta con mostrar un ejemplo. Los "objetos" de la Matemática, que son conceptos abstractos, no pueden ser fotografiados obviamente, por lo que una imagen matemática apropiada podrá ser solo evocadora y nunca representativa.

Sin embargo, el asunto resulta completamente distinto si se presentan juntas muchas imágenes (***127**)[7], posiblemente muy diferentes entre sí con respecto al objeto representado: un mosaico (6174) y un tapacubos de coche (**fig.6, 4821**), una vidriera (**fig.7, 646**) y una rueda (**8414**)…, pero todas con el mismo tipo de simetría, de manera que el destinatario del mensaje se vea llevado de manera natural a intentar determinar qué tienen en común todas estas imágenes y su atención venga, por tanto, transportada del objeto concreto representado en la imagen, al concepto abstracto que subyace y que queremos evocar.

Figura 7. Un rosetón C4 de vidrio. Imagen 646.

7 Aquí y en adelante: cundo se ponga un número en **negrita** precedido de un asterisco, como por ejemplo, *127, nos referiremos a la colección de imágenes sobre un asunto determinado que pueden ser encontradas en la red, en la página *Immagini per la matematica*, en la dirección http://www.matematita.it/materiale/?p=cat&sc=127 .

Por poner otro ejemplo, si queremos utilizar imágenes para dar una idea intuitiva de en qué consiste el género de una superficie, no basta presentar una única imagen, aunque sea muy "ordenada", con la superficie de manera estándar, como una rosquilla con agujeros (**11405**) o como una esfera con asas (**7330**). Resulta "obligatorio" presentar juntas muchas imágenes de objetos distintos, de uso cotidiano (**7480**), esculturas (**12161**), imágenes virtuales (**fig.8, 3601**), junto con cosas quizás no reconocibles a simple vista (**fig.9, 3612**), de manera que se pueda después apreciar la solidez del teorema de clasificación de las superficies, cuando se descubre que cualquier superficie (con ciertas características) se puede deformar hasta llegar a una de las formas estándar.

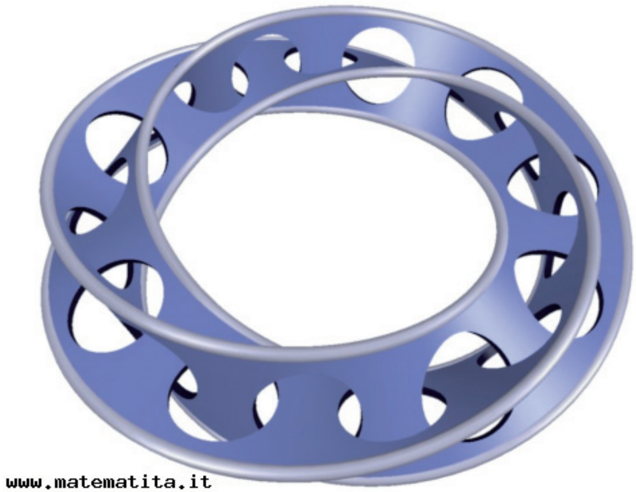

Figura 8. Una superficie. Imagen 3601.

Figura 9. Una superficie de género mayor que 2. Imagen 3612.

La riqueza y la variedad de situaciones que se hayan ofrecido **primero** puede ser lo que marque la diferencia a la hora de percibir **más tarde** (en el momento en el que nos lo presenten) un teorema de matemáticas como un potente instrumento de análisis y de control de la realidad, en vez de como una banalidad poco significativa que no nos llama la atención.

Otro punto obviamente importante es la elección de las imágenes. Ya a propósito del lenguaje observamos que renunciar intencionadamente al lenguaje técnico de las Matemáticas y usar el lenguaje común, significa renunciar a la certeza de la comunicación no ambigua y situarse en todo momento en el punto de vista del que recibe el mensaje, imaginando las posibles interpretaciones. Naturalmente, esta ambigüedad es todavía más fuerte con las imágenes, para bien y para mal. Para bien, porque en el fondo es precisamente este contexto un poco desdibujado y ambiguo el que facilita el arranque de procesos, como el de la asociación mental, que pueden ser especialmente significativos y llevarnos percibir enlaces quizás inesperados. Para mal, porque, obviamente, se ha ser consciente de que se viaja siempre sobre el filo de la navaja y que no es de hecho seguro que la lectura de una imagen sea unívoca.

Hay, por tanto, que prestar siempre una enorme atención a los detalles (que pueden ser la clave que desencadene una interpretación en vez de otra) y también al texto que eventualmente acompaña a la imagen misma. Por otra parte, el magnífico lenguaje riguroso y no ambiguo de las Matemáticas tampoco nos garantizaría, ciertamente, la ausencia de malentendidos si quisiéramos utilizarlo en contextos en los que éste no se domina.

Centrando la atención en el segundo trayecto del que hablábamos antes, es decir, el del que aprende y del que queremos que usando (también, pero no solo) imágenes reales comience a construir una imagen mental de un concepto determinado, nos encontraremos enseguida con una paradoja, ya que todas estas características de la comunicación por imágenes que la hacen tan potente y significativa (la inmediatez en la comunicación, el poder de atracción que tienen las imágenes, su belleza) corren el riesgo de convertirse simultáneamente en elementos negativos en el proceso de aprendizaje.

El hecho de que las imágenes "hablen", como señalábamos antes, se convierte en algo peligroso, ya que el mensaje es siempre ambiguo y es fácil , por tanto, que las imágenes terminen por "hablar demasiado".

El hecho de que posibiliten una comunicación veloz e inmediata pasa a ser un hándicap puesto que, al aprender, uno necesita tiempo para pensar y asimilar los conceptos. En efecto, la velocidad es una característica casi necesaria con las imágenes[8] y este no es un problema pequeño ya que, por el contrario, la lentitud y la posibilidad de adaptarse con extrema calma a los tiempos distintos de personas distintas, son características también necesarias e imprescindibles en cualquier proceso de aprendizaje.

La belleza de las imágenes también puede –paradójicamente– constituir un límite, simplemente porque nos arriesgamos a inducir la adopción de una actitud pasiva, de contemplación, que es exactamente lo contrario de la actitud que se necesita suscitar para lograr el aprendizaje.

Si se quiere entender algo es necesario remangarse, entrar en el juego y probar, probar incluso a hacer esbozos (a esta tarea nos ayuda la imagen real). Un esbozo feísimo, hecho por uno mismo, es mucho más útil para aprender que una imagen muy bonita contemplada de forma pasiva.

8 Hemos hablado aquí sólo de imágenes estáticas y no hemos abordado el capítulo de las imágenes en movimiento; lo citamos de pasada, justo porque una manera de darse cuenta de cuánto es intrínseca la velocidad en la comunicación por imágenes, es tomar un vídeo y reducir la velocidad de visualización: se llega enseguida una situación insostenible.

¿Qué estrategias pueden, por tanto, utilizarse para disminuir estos riesgos y seguir aprovechando todo el potencial que tienen las imágenes y toda su riqueza, también en el ámbito del aprendizaje? Se trata de uno de los problemas que está estudiando el Centro *matematita* y las experiencias que hasta ahora se han hecho comienzan a dar resultados satisfactorios.

Un primer resultado, ya citado, es utilizar juntas distintas imágenes; entre las distintas experiencias que el Centro está llevando a cabo citaremos:

- Una página [2] cuya estructura favorece, por encima de las imágenes individuales como tales, las imágenes agrupadas, que pueden ser el grupo obtenido a través de los enlaces hipertextuales en los comentarios (algunos ejemplos, bastante distintos entre ellos: **7920**, **9939**, **8511**, **6941**..., o el grupo constituido de una sección del archivo (***23**, ***325**, ***963**...), o el construido *ad hoc* (algunos ejemplos se pueden visualizar usando el menú de la izquierda).

- La sección *La via delle immagini*[9] en la revista *XlaTangente*[10], que busca precisamente despertar una idea a partir del emparejamiento de dos o más imágenes: algunos ejemplos se pueden encontrar en ***1058**.

Otra posibilidad, utilizada principalmente en los talleres o en las exposiciones promovidas por el Centro, es la de poner junto con las imágenes objetos reales: estos son un perfecto antídoto ante el problema de la velocidad, porque tiene un efecto "ralentizador" en la misma medida en que las imágenes lo tienen de "acelerador".

9 *La calle de las imágenes* [N. del T.].

10 El título puede traducirse como "por la tangente" [N. del T.].

Si se propone a los chicos que corten una cinta de Moebius, podemos estar seguros de que muchos empezarán mal, se equivocarán, deberán volver a empezar, en resumen, permanecerán haciendo esta actividad un tiempo enormemente más largo que el que se emplea en ponerles un vídeo sobre una cinta de Moebius que se corta por la mitad. ¿Tiempo perdido? Probablemente no; verdaderamente no para muchos de ellos, sea por la implicación distinta inducida de la actividad realizada por uno mismo (con todo lo que esto significa a nivel de la memorización), sea porque precisamente ese "tiempo perdido" puede ser el ingrediente necesario para "digerir" un concepto concreto.

Una última experticia que queremos citar es la del "Taller" de *XlaTangente*, cuyos trabajos se pueden ver en la página [3] usando el botón *Officina* del menú superior; el taller es un lugar en el que los estudiantes se enfrentan al problema de construir ellos las imágenes (o los vídeos, las animaciones…) que expresen un concepto determinado, se lanzan por doquier desafíos y usan el foro para discutir los resultados.

Para concluir, una invitación. ¿Habéis utilizado las imágenes en vuestras clases? ¿Os gustaría contarnos vuestra experiencia? La página [2] pretende convertirse en algo más que un archivo con miles de imágenes, pretende ser un verdadero punto de referencia para proponer nuevas maneras de uso de estas imágenes y para discutir sobre su eficacia. Y para poder hacerlo, necesita vuestras contribuciones: ¡escribidnos!

Bibliografía

AA.VV. (2004). *Matemilano, percorsi matematici in città*. Italia: Springer

Bellingeri, P.; Dedò, M.; Disieno, S.; Turrini, C. (2000). *Il ritmo delle forme*. Mimesis.

Coxeter, H.S.M. (1974). *Complex regular polytopes*. Cambridge University Press.

Lockhart, P. (2009). *A mathematician's lament*. New York: Bellevue Literary Press.

Algunas páginas web

[1] Página del Centro Matematita
http://www.matematita.it/.

[2] Página de *Immagini per la matematica*, a cargo del Centro Matematita
http://www.matematita.it/materiale/.

[3] Página de la revista *XlaTangente*, editada por el Centro Matematita
http://www.xlatangente.it/xlatangente/index.do.

[4] J. Conway, P. Doyle, J. Gilman, W. Thurston: Geometry and the imagination in Minneapolis
http://www.geom.uiuc.edu/docs/education/institute91/handouts/handouts.html.