

Verifiche delle conoscenze in ingresso

L'esperienza della Facoltà di Scienze MFN
dell'Università degli Studi di Milano

Stefania De Stefano

Dipartimento di Matematica "F. Enriques"

La richiesta di spiegazioni sui test di ingresso in Università, il loro significato e le loro modalità, da un paio d'anni a questa parte, è sempre più pressante e, mentre inizialmente proveniva solo dai diretti interessati (gli studenti in uscita dalle scuole secondarie di secondo grado e i loro docenti), sta ora diventando oggetto dell'interesse anche di uffici istituzionali del sistema scolastico (ad esempio dell'USR Lombardia).

Accolgo quindi volentieri l'invito della Sezione Milanese della *Mathesis* a scrivere un resoconto dell'esperienza portata avanti negli ultimi tre anni presso la Facoltà di Scienze Matematiche Fisiche e Naturali dell'Università degli Studi di Milano e che ho curato in qualità di responsabile locale.

1. Test di ingresso: una molteplicità di forme

Non stupisce che chi guarda l'Università dall'esterno abbia difficoltà a orientarsi tra le varie prove di ingresso, poiché ne esistono varie declinazioni e spesso assai dissimili. Qui si accenna a tre forme sicuramente presenti nel nostro ateneo, ma non è escluso che ne esistano altre.

Alcuni corsi di laurea, per i quali un numero troppo elevato di immatricolazioni porterebbe alla paralisi (ad esempio per mancanza di un numero adeguato di laboratori) scelgono di "programmare il numero di immatricolazioni"; questi corsi – come quelli che a norma di legge sono a numero chiuso, come ad esempio Medicina – organizzano *prove di selezione*, caratterizzate dall'avere (ordinariamente) una sola edizione per ciascun anno accademico (di solito all'inizio di settembre) e dal fatto che il loro esito è una graduatoria: lo studente che in graduatoria figura all'interno del numero programmato può iscriversi, anche nel caso in cui il suo punteggio sia molto basso (salvo ricevere per questo motivo obblighi formativi aggiuntivi); invece, se in graduatoria figura fuori dal numero programmato, lo studente non può iscriversi, anche se il suo punteggio certificasse il possesso delle competenze necessarie.

Cosa del tutto diversa sono le *prove di verifica delle conoscenze richieste per l'ingresso*¹ che, da due anni a questa parte, ogni corso di laurea è tenuto a predisporre, indicando le conoscenze richieste e assegnando obblighi formativi aggiuntivi (brevemente: OFA) a chi non le supera.

¹ I regolamenti didattici di ateneo, ferme restando le attività di orientamento, [omissis] richiedono altresì il possesso o l'acquisizione di un'adeguata preparazione iniziale. A tal fine gli stessi regolamenti didattici definiscono le conoscenze richieste per l'accesso e ne determinano le modalità di verifica, anche a conclusione di attività formative propedeutiche, svolte eventualmente in collaborazione con istituti di istruzione secondaria superiore. Se la verifica non è positiva vengono indicati specifici obblighi formativi aggiuntivi da soddisfare nel primo anno di corso. [D.M. 22 ottobre 2004, n. 270, art.6 comma 1]

In virtù dell'autonomia, ogni ateneo può organizzare queste verifiche nel modo più consono al raggiungimento degli obiettivi dei singoli corsi di laurea.

Ad esempio, ci sono corsi di laurea (come quelli della nostra Facoltà di Lettere e Filosofia) che, prevedendo un numero molto elevato di immatricolazioni, mettono a disposizione degli studenti delle Scuole Secondarie una *prova online di tipo orientativo*, per consentire a ciascuno una scelta consapevole del corso di laurea – mediante un'autovalutazione della corrispondenza tra le abilità e le conoscenze richieste e quelle possedute – e restringono poi la prova di verifica delle conoscenze a un numero ridotto di candidati che, per provenienza scolastica o curriculum personale, potrebbero aver bisogno di interventi di recupero.

Altri corsi di laurea invece prevedono che *tutti* gli studenti debbano sostenere una prova di verifica delle conoscenze e stabiliscono una *soglia* di superamento: ciò significa che lo studente può iscriversi in ogni caso, ma, se ha riportato un punteggio inferiore alla soglia, gli viene attribuito un obbligo formativo aggiuntivo che, se non assolto entro certi limiti di tempo, può condizionare il proseguimento degli studi.

L'oggetto del presente rapporto è un esempio di quest'ultimo tipo di prova di ingresso.

2. Una prova nazionale

Il test che viene somministrato presso la Facoltà di Scienze Matematiche Fisiche e Naturali dell'Università degli Studi di Milano rientra in un sistema più ampio di test: in tale ambiente conviene quindi inquadrarlo².

Quando tre anni fa si è presentata la necessità di predisporre le prove di verifica delle conoscenze, la Conferenza Nazionale dei Presidi delle Facoltà di Scienze e Tecnologie (in breve: con.Scienze) ha deciso di avviare un coordinamento nazionale di tali prove³, al quale possono aderire le Facoltà di Scienze MFN di tutti gli Atenei. Alle edizioni del test svoltesi da settembre a dicembre 2010 hanno partecipato più di trenta sedi; in Lombardia, le Università degli Studi di Milano, di Milano-Bicocca, dell'Insubria e di Pavia.

L'adesione vincola le sedi aderenti al rispetto di alcune norme relative alla modalità di iscrizione e di somministrazione del test, ma offre il vantaggio di poter contare, per ogni sessione, su prove con quesiti diversi ma calibrati in modo da garantire che le prove stesse abbiano esiti comparabili; ciò permette una valutazione abbastanza omogenea (e quindi equa) in differenti sessioni della prova e – a discrezione dell'ateneo al quale lo studente intende iscriversi – anche la convalida del superamento della prova, qualunque sia la sessione e la sede aderente presso cui è stata svolta.

L'intento principale dell'iniziativa non è stato però quello di soddisfare obblighi di legge o di fornire appoggio ai vari atenei, bensì quello di utilizzare lo strumento del test, con il suo corredo di syllabi ed esempi, per offrire agli studenti e agli insegnanti un *quadro di riferimento unitario* delle conoscenze richieste all'ingresso dei corsi di laurea scientifici – il più possibile semplice e chiaro – che costituisca una base da cui partire per confrontare le reciproche attese.

Per quanto riguarda le conoscenze matematiche, già da tempo ci si era mossi in questa direzione: è del 2006 la pubblicazione da parte dell'U.M.I. del syllabus "La Matematica

² Per una presentazione di tale sistema di test si veda: <http://www.testingressoscienze.org/index.html>; altri riferimenti relativi alle iniziative descritte in questo paragrafo sono raccolti alla fine della relazione.

³ Il coordinamento riguarda anche alcune prove di selezione per corsi a numero programmato.

per le altre discipline” e in diversi atenei la sperimentazione relativa a questi problemi è in corso da molto più tempo. A partire da tali esperienze, nel quadriennio 2005-2008 l’Azione Trasversale “autovalutazione e verifiche” del Progetto Lauree Scientifiche “Orientamento e Formazione Insegnanti” di Area Matematica ha elaborato il quadro di riferimento, costruito un’ampia base di quesiti, analizzato i risultati con modelli statistici opportuni. La stessa linea, con un’attenzione ancora maggiore alla collaborazione Scuola-Università, verrà proseguita e ampliata nell’ambito dei “laboratori per l’autovalutazione e per il miglioramento della preparazione richiesta dai corsi di laurea scientifici” e dei corrispondenti moduli di formazione per insegnanti, previsti dal Piano Nazionale Lauree Scientifiche promosso dal MIUR per il 2009-2012. Tanto la realizzazione del sistema di prove di verifica e delle attività laboratoriali connesse che lo sviluppo di sistemi per la validazione dei quesiti e l’analisi statistica dei risultati e per l’archiviazione e la gestione dei dati che con.Scienze ha proposto sono cioè frutto sinergie con il PLS e il MIUR, oltre che della attiva partecipazione di atenei e istituti scolastici, della collaborazione degli Uffici Scolastici Regionali e del contributo tecnico di consorzi interuniversitari quali il CINECA e il CISIA.

3. Obiettivi e destinatari

L’obiettivo di più ampio respiro dell’iniziativa di con.Scienze è stato segnalato poco sopra. A questo si aggiungono le finalità immediate di ogni prova di verifica delle conoscenze all’inizio degli studi universitari: segnalare allo studente che si sta iscrivendo a un certo corso di laurea di una Facoltà di Scienze MFN se la sua preparazione presenta lacune che potranno rallentare la sua carriera universitaria e, contestualmente, mettergli a disposizione attività didattiche che gli permettano di migliorare la propria preparazione. Tuttavia va detto che tali attività hanno un’efficacia limitata, poiché devono essere svolte in un lasso di tempo molto ristretto per evitare la sovrapposizione con i corsi istituzionali: possono incidere ad esempio nel caso di lacune circoscritte – cioè di una ragionevole preparazione generale che non copra tutti gli argomenti richiesti – o di una preparazione completa ma mal organizzata e, comunque, *solo se lo studente si assume la responsabilità della gestione del suo recupero*: l’esperienza maturata durante l’educazione secondaria è quindi preziosa non solo in termini di buona preparazione iniziale ma anche in termini di atteggiamenti costruttivi di fronte a una difficoltà!

Nell’ottica di anticipare questa fase, con.Scienze ha organizzato a fine inverno dei due anni accademici 2008/09 e 2009/10, in via sperimentale e in collaborazione con il Progetto Lauree Scientifiche, un’edizione anticipata della prova di verifica delle conoscenze, rivolta a studenti dell’ultimo anno della scuola secondaria di secondo grado, per permettere loro di autovalutarsi con largo anticipo rispetto all’inizio dei corsi ufficiali e di aver più tempo per consolidare la preparazione, in caso di insuccesso.

Esula invece dagli obiettivi del test, così come concepito finora, quello di orientare lo studente nella scelta del corso di laurea. Per operare tale scelta lo studente, oltre a rendersi conto delle competenze e conoscenze necessarie per seguire un corso di studi e a valutare se le possiede, dovrebbe potersi confrontare con i metodi e i temi più aggiornati della disciplina prescelta, obiettivo che viene realizzato da altre attività del

Piano Nazionale Lauree Scientifiche e di altri progetti di orientamento scientifico⁴. Il test può solo aiutarlo a valutare se è probabile che incontri forti difficoltà e stimolarlo a verificare se è sufficientemente motivato e in tal caso ad adottare corrette strategie di studio.

4. Conoscenze richieste

Il gruppo di lavoro che con.Scienze ha incaricato della produzione dei test e di tutto l'apparato di commento è formato da docenti di varie aree disciplinari (biologia, chimica, fisica, matematica, scienze della Terra) e geografiche: tutti si sono trovati d'accordo nel ritenere indispensabili conoscenze matematiche di base – oltre alla capacità di applicarle per modellizzare e risolvere problemi – e fondamentali altre abilità quali saper rappresentare dati e relazioni con strumenti grafici o informatici o saper trarre informazioni corrette da un testo e argomentare logicamente. Ovviamente sono necessarie anche altre conoscenze scientifiche: l'elenco completo degli argomenti ritenuti irrinunciabili dal gruppo di lavoro è contenuto nei syllabi che sono reperibili all'indirizzo <http://www.testingressoscienze.org/index.html> e illustrato da un test di esempio (una parte del quale è riportata in appendice al presente rapporto).

Non tutte conoscenze e le competenze indicate in tali syllabi vengono verificate direttamente dal test; ad esempio, stante la struttura a risposta multipla dei quesiti, si può solo indirettamente valutare la capacità di argomentare logicamente ed non si può valutare la capacità di produrre testi; ancora, è impossibile verificare l'abilità nell'uso di strumenti informatici, visto che è proibito l'uso persino della calcolatrice.

In ogni caso, se lo studente affronta seriamente la prova, il punteggio ottenuto dà indicazioni abbastanza attendibili sul suo livello di preparazione, poiché per rispondere correttamente a un'alta percentuale di quesiti occorre essere in grado non solo di applicare le conoscenze e le abilità disciplinari di base, ma anche di cogliere in maniera completa informazioni e richieste contenute nel testo, di porsi e risolvere problemi, di scegliere le alternative più ragionevoli. Per questo solo una piccola frazione di candidati riesce a rispondere correttamente a tutte le domande, benché siano relativamente semplici.

A tal proposito, è probabile che la lettura dei syllabi e dei quesiti di matematica sollevi qualche perplessità, almeno nei docenti di matematica del Liceo Scientifico, in quanto gli argomenti proposti sembrano molto elementari: non c'è traccia di limiti, derivate e integrali, né di altri di altri temi che pure entrano, ad esempio, nel curriculum di consolidamento proposto in *Matematica 2004*⁵.

Ci sono buoni motivi per limitare le richieste. Un syllabus segnala un minimo al di sotto del quale non si può scendere: questo porta a privilegiare conoscenze e abilità che possano essere realisticamente possedute dalla maggior parte degli studenti, indipendentemente dal tipo di scuola secondaria di provenienza e dal corso di laurea

⁴ Il PLS focalizza la sua attenzione su quattro aree: Matematica e Statistica, Chimica, Fisica, Scienza dei Materiali; ma, almeno a livello locale, esistono anche progetti riguardanti altre discipline, ad esempio, nel nostro ateneo, per l'area di Biologia è attivo il CusMiBio.

⁵ *Matematica 2004*, La Matematica per il Cittadino, Attività didattiche e prove di verifica per un nuovo curriculum di Matematica (Quinta classe del ciclo secondario di secondo grado), prodotto in collaborazione da MIUR, UMI, SIS, a completamento di *Matematica 2003*, Attività didattiche e prove di verifica per un nuovo curriculum di Matematica - Ciclo secondario.

della Facoltà di Scienze NFN cui intendono iscriversi: filtri ulteriori possono essere individuati dai singoli corsi di laurea, ove li ritengano opportuni. In secondo luogo è necessario verificare la conoscenza di argomenti e metodi basilari che non verranno più ripresi nei corsi universitari perché dati per noti, mentre argomenti più “avanzati” saranno comunque affrontati (sia pure a ritmi serrati); infine, è utile sottolineare la necessità di aver acquisito in maniera stabile conoscenze di utilità pratica quotidiana apprese nei primi anni della scuola secondaria e spesso invece “dimenticate”. È però ovvio che uno studente che abbia svolto un percorso educativo che gli ha permesso di far propri anche altri temi e metodi e di collegarli tra loro non potrà che esserne avvantaggiato.

5. Struttura del test di ingresso e soglie di superamento

Ogni prova di verifica è composta da due parti: un modulo *di linguaggio matematico di base e modellizzazione* (nel seguito: “matematica di base”) e uno di *scienze di base*.

Per i motivi illustrati in precedenza, il primo modulo è obbligatorio per tutti i corsi di laurea di tutte le sedi aderenti; esso è costituito da 25 domande, per rispondere alle quali il candidato ha a disposizione 90 minuti. Il secondo modulo, invece, è opzionale: ogni corso di laurea decide se i suoi studenti devono sostenerlo. Esso è diviso in cinque sezioni (biologia, chimica, fisica, matematica, scienze della Terra) ognuna con dieci domande: finora si è chiesto di svolgerne al più due in 40 minuti.

Ad esempio, negli ultimi due anni accademici, nella nostra Facoltà hanno richiesto lo svolgimento del secondo modulo solo i tre corsi di laurea chimici (che chiedono di svolgere solo la sezione di chimica), il corso di laurea in Fisica (che, oltre alla sezione di fisica, chiede di svolgere la sezione di matematica o quella di scienze della Terra) e quello in Scienze Biologiche (che, oltre alla sezione di biologia, chiede di svolgere la sezione di chimica o quella di fisica)⁶.

Tutti i quesiti sono a scelta multipla, con quattro opzioni di risposta, una sola delle quali è corretta. Il punteggio di ogni modulo del test viene formato assegnando un punto per ciascun quesito al quale sia stata data la risposta esatta (e solo quella), zero punti in tutti gli altri casi.

Ogni sede universitaria è poi libera di scegliere le soglie di superamento del test (anche in dipendenza dal corso di laurea): in particolare può decidere se dà obblighi formativi solo l'esito negativo nel primo modulo o se anche le altre sezioni hanno una soglia di superamento e corrispondenti debiti formativi.

Per quanto riguarda la nostra sede si è scelto di considerare non superata la prova solo se vengono date meno di 12 risposte corrette nel primo modulo e che questa soglia valga per ogni corso di laurea. La scelta è stata fatta tenendo conto dell'andamento di prove di verifica che venivano somministrate in sede in precedenza e, come si vedrà dai dati successivi, la soglia, anche se bassa, è sensata in quanto limita l'attribuzione di OFA a un 40% della popolazione e permette di trovare le risorse (umane ed economiche) per lo svolgimento di proficue attività di recupero e delle successive prove di verifica. Viene peraltro segnalato con chiarezza che chi riporta un punteggio inferiore a 18 su 25 deve consolidare la propria preparazione e di fatto diversi studenti in queste condizioni seguono, anche se non obbligati, le attività di recupero.

⁶ Il corso di laurea in Matematica, invece, preferisce far svolgere una prova aggiuntiva diversa per modalità e competenze che intende testare.

A livello generale, si può discutere se la struttura a risposta chiusa della prova sia la più adeguata per mettere in evidenza il livello di preparazione del singolo studente, ma – allo stato attuale – sembra l'unica in grado di fornire un rapido screening su popolazioni ampie. È ovvio che in qualche caso questa forma di prova possa dare indicazioni non corrette, ma il sistema statistico adottato dovrebbe garantire che l'errore di valutazione sulla preparazione globale sia relativamente piccolo e si presenti in un ristretto numero di casi; è poi chiaro che per progettare azioni di recupero individualizzate occorre una diagnosi specifica delle carenze che hanno determinato l'esito negativo della prova e per questo servono strumenti più precisi, esattamente come succede in medicina. Ancora, ci si può chiedere se la scelta dei tempi di esecuzione sia corretta o se non sarebbe meglio, ad esempio, ridurre i tempi per l'esecuzione di "matematica di base" e allungare quelli per scienze di base, almeno quando le due sezioni scelte sono quelle di fisica e matematica: in realtà sembra irrinunciabile mantenere un lasso di tempo lungo per "matematica di base", anche come segnale della necessità di riflettere sui quesiti, mentre sui tempi e sulla modalità di svolgimento di scienze di base nel gruppo di lavoro il confronto è ancora aperto. Infine, può meravigliare che non vengano attribuite penalità alle risposte sbagliate: è chiaro a tutti, tranne forse ai candidati più ingenui, che in tali condizioni è più favorevole rispondere a caso piuttosto che non rispondere; d'altra parte la probabilità di centrare a caso 12 o più risposte corrette su 25 è inferiore all'1,1% e, in un test di verifica, il rischio di avere risultati falsati di uno o due punti dalla presenza di risposte casuali non è così significativo da imporre penalizzazioni e costringere così alla pubblicazione di un doppio esito se si vuole comunicare a ciascun candidato il numero delle risposte corrette che ha dato.

6. Struttura del test anticipato e soglie di esonero

Come già accennato, nel marzo 2009 e a fine febbraio 2010 si sono svolte edizioni anticipate del test di ingresso rivolte a studenti dell'ultimo anno delle scuole secondarie, a scopo orientativo: segnalare per tempo eventuali difficoltà e, per contro, offrire a chi dimostri di avere conoscenze e abilità adeguate l'esonero dal sostenere la prova di ingresso.

È stata quindi proposta una prova con la stessa struttura della prova di ingresso; ma, proprio per il carattere orientativo del test, nella nostra Facoltà si è ritenuto opportuno chiedere a tutti gli studenti di sostenere entrambi i moduli (scegliendo le sezioni più significative per i corsi di laurea cui erano interessati) e variare le soglie di superamento (e conseguente esonero). Il criterio di esonero adottato⁷ tiene conto dell'esigenza di esonerare solo studenti che mostrino una discreta preparazione matematica di base o almeno una sufficiente padronanza delle discipline scientifiche scelte, senza scoraggiare dall'intraprendere studi scientifici gli studenti di fascia media.

7. La banca dati delle domande

Vale la pena di accennare al modo con cui sono realizzati i due moduli. Ogni modulo e ogni sezione contiene almeno una domanda per ciascuno degli argomenti presenti come titolo nei syllabi. A ogni edizione del test viene prodotta almeno una parte di quesiti

⁷ Sono stati esonerati i candidati che hanno risposto correttamente ad almeno 12 domande del modulo di "matematica di base" e complessivamente ad almeno 23 delle 45 domande dei due moduli.

nuovi che vanno ad arricchire una banca dati in costruzione; per il modulo di “matematica di base” tale raccolta è già abbastanza ricca e i risultati rilevati nelle edizioni finora svolte vengono utilizzati per avere indicatori di difficoltà delle singole domande. Inserendo in una nuova prova un sottoinsieme di domande già testate si ha modo di normalizzare l’esito della prova stessa e avere quindi esiti confrontabili (oltre che di aggiungere informazioni sulle domande già testate).

In prospettiva con.Scienze intende creare, con il supporto tecnico del CINECA, un sistema di test che possano essere somministrati “a richiesta” invece che solo in date prefissate, ma senza che ogni volta sia necessario l’intervento del gruppo di produzione dei quesiti. La contropartita di questa semplificazione è la necessità di non rendere pubblici i quesiti della banca dati, per non perdere le domande già calibrate. Alcune domande, in particolare tutte quelle usate per i test di selezione, vengono però rese pubbliche ogni anno e ci sono già più di 80 domande pubbliche.

8. Test di ingresso 2008, 2009 e 2010: esiti locali

Presso la nostra Facoltà sono state svolte tutte le prove finora attivate da con.Scienze e due prove straordinarie (rese possibili appunto dall’avvio della sperimentazione dei test “a richiesta”). Esse hanno coinvolto gli studenti in ingresso a tutti i corsi di laurea della Facoltà tranne Biotecnologie; peraltro sono stati esonerati dal sostenere la prova gli studenti già in possesso di una laurea (per i quali si auspica un’autonoma capacità di autovalutazione) e, dopo l’esperienza del primo anno, gli studenti stranieri (già alle prese con problemi linguistici) e gli studenti in trasferimento da corsi di laurea di altre Facoltà (vista la difficoltà di stabilire entro tempi ragionevoli i crediti di tipo matematico riconoscibili dai corsi di laurea accoglienti).

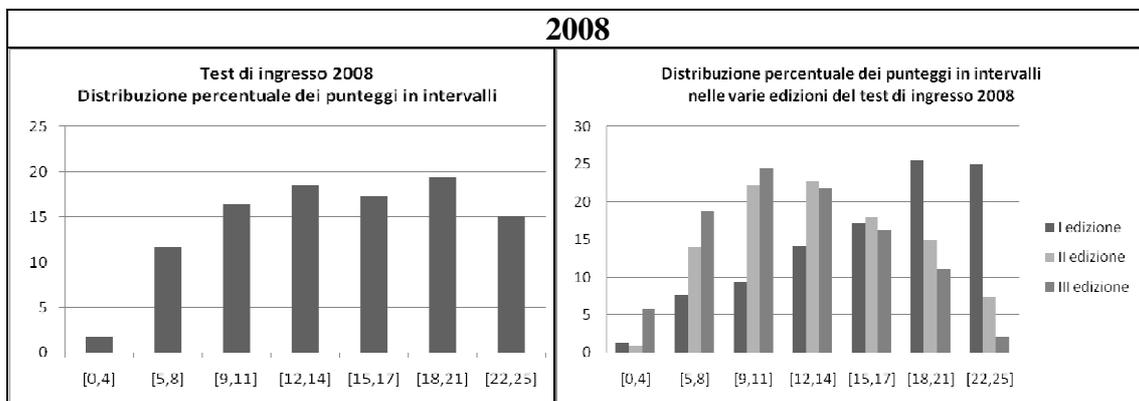
I dati che seguono riguardano quindi le “matricole pure” e, visto che la maggior parte dei test sono stati svolti prima dell’inizio dei corsi universitari o pochi giorni dopo, fotografano abbastanza fedelmente la situazione in uscita dalla scuola secondaria di secondo grado e all’ingresso dei nostri corsi di laurea.

Tale immagine va completata osservando che – in maniera sostanzialmente costante negli ultimi anni – gli immatricolati presso la nostra Facoltà provengono da scuole di province lombarde per almeno l’80% e per un altro 5% da scuole di province vicine (ad esempio Novara, Verbania, Piacenza). Ancora, circa il 50% ha un diploma di liceo scientifico, il 20% un altro diploma liceale e il restante 30% ha un diploma tecnico o professionale.

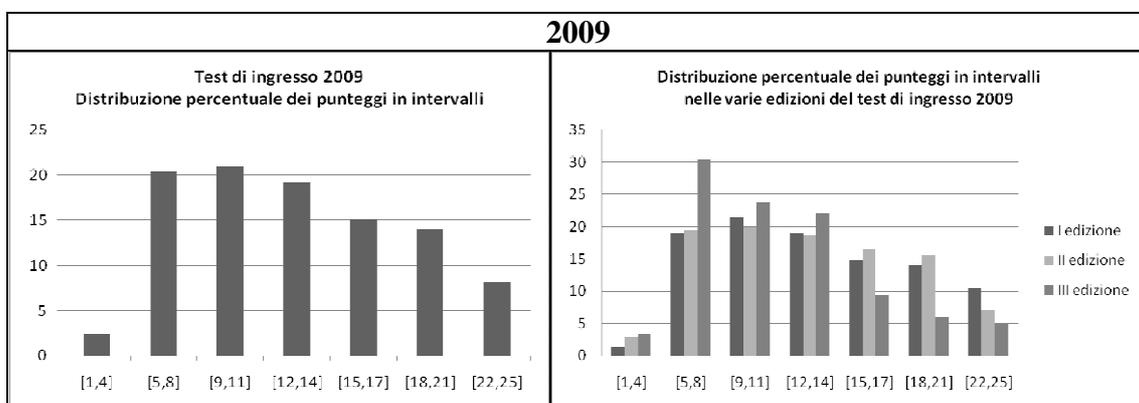
Le successive tabelle riportano i dati relativi al modulo di “matematica di base” che, in quanto obbligatorio per tutti e associato all’attribuzione di OFA, fornisce le sole indicazioni significative. Per ciascuna edizione si riporta il numero di partecipanti, il numero di studenti che hanno conseguito un punteggio non inferiore a 12 (superando così la prova) e la distribuzione percentuale dei punteggi.

Circa gli istogrammi, la suddivisione dei punteggi in intervalli è stata fatta tenendo conto che le soglie più significative sono 12 (indice di superamento del test), 15 (indice di sufficienza formale) e 18 (indice più preciso di discreta padronanza degli strumenti matematici di base). Questo ha portato a fissare come intervalli di principale interesse [9,11], [12,14], [15,17]; per rendere il grafico più compatto, i due intervalli rimanenti non sono stati ripartiti con lo stesso criterio – ciascun sottointervallo comprende infatti quattro punteggi – anche se ciò comporta una piccola distorsione visiva.

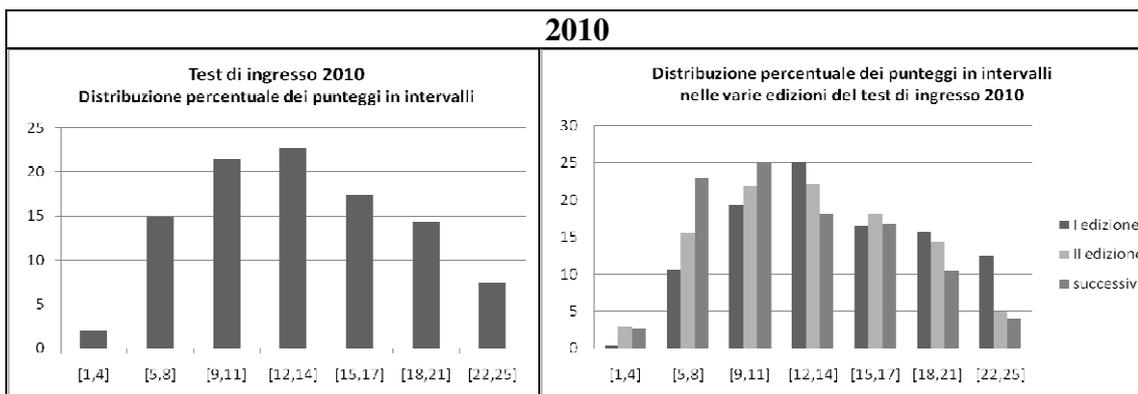
2008	<i>edizione</i>	<i>presenti</i>	<i>test superato</i>	<i>%</i>
	10/9/2008	897	734	81,83
	30/9/2008	690	435	63,04
	16/12/2008	283	145	51,24
	<i>totale</i>	1870	1314	70,27



2009	<i>edizione</i>	<i>presenti</i>	<i>test superato</i>	<i>%</i>
	8/9/2009	617	360	58,25
	30/9/2009	814	470	57,74
	18/12/2009	181	77	42,54
	<i>totale</i>	1612	907	56,27



2010	<i>edizione</i>	<i>presenti</i>	<i>test superato</i>	<i>%</i>
	9/9/2010	692	482	69,65
	1/10/2010	923	551	59,70
	straordinarie e 3/12/2010	297	147	49,50
	<i>totale</i>	1912	1180	61,72



In ogni anno si rileva nella prima edizione del test un andamento migliore, che pare essere connesso alla presenza a tale edizione di un maggior numero di studenti fortemente motivati e in particolare di più della metà delle matricole dei corsi di laurea in Fisica e Matematica.

Merita qualche commento la differenza tra i dati 2008 e gli altri. Innanzi tutto si vede che la popolazione nel 2008 è per circa il 50% concentrata nella prima edizione. Questo dipende dal fatto che presso la nostra Facoltà l'iscrizione alla prova di verifica è conseguenza automatica dell'immatricolazione e che alla prima esperienza non si era data agli studenti la possibilità di scegliere in quale data sostenere il test: quindi il numero di partecipanti al test dice (a meno di un 8% di assenti) quanti studenti si erano immatricolati prima del 10 settembre 2008. In secondo luogo, la prima edizione 2008 è andata significativamente meglio di tutte le prove successive (comprese le prove anticipate): ciò è probabilmente legato al fatto che – dovendo lo stesso testo valere sia come prova di verifica sia come prova di selezione – le domande erano più standard. Negli anni successivi, invece i due tipi di test sono stati tenuti separati.

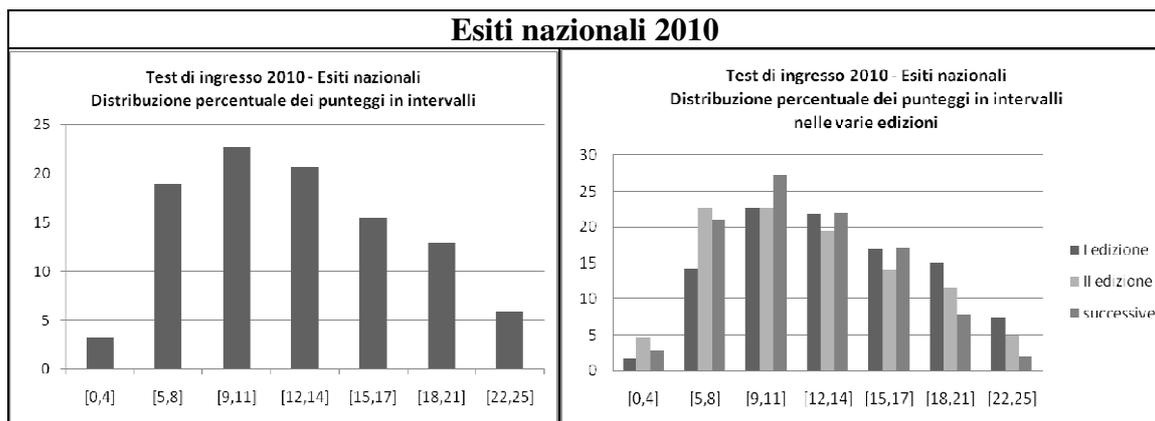
Scorporando la prova del 10 settembre 2008, si vede che l'andamento dei test di ingresso nei tre anni è abbastanza somigliante, con ragionevoli fluttuazioni: per quanto concerne la nostra Facoltà non sembra che si possa dire che c'è l'evidenza di un peggioramento "di anno in anno" della preparazione matematica di base, anche se tale preparazione non è soddisfacente.

Per facilitare il recupero di alcune conoscenze di base, presso la nostra Facoltà sono stati attivati, in ciascuno dei tre anni accademici, diversi laboratori, della durata di 21 ore, affidati a dottorandi in Matematica, Fisica e Informatica. Queste attività si appoggiano a materiali didattici molto semplici, elaborati nei primi anni 2000 da un gruppo di docenti del Dipartimento "F. Enriques", che gli studenti possono anche scaricare dal sito del CTU e utilizzare in autonomia per prepararsi alle prove di recupero. Queste ultime sono gestite a livello locale, indipendentemente da con.Scienze; se ne fanno quattro edizioni (a fine settembre, novembre e alla fine di ciascun semestre) cui possono partecipare solo gli studenti che hanno già sostenuto, con esito infelice, una prova di ingresso. Con le prove di recupero si riesce a raggiungere entro l'anno accademico una percentuale complessiva di superamento del test dell'80-85%. Tutti i corsi di laurea (tranne Scienze Biologiche che ha un regolamento più restrittivo) chiedono poi che chi non riesce a superare neanche una di queste prove mostri di aver recuperato le sue lacune superando un particolare esame del curriculum prima di affrontare gli esami di secondo anno.

9. Test di ingresso 2010: esiti nazionali

A scopo di confronto si riportano di seguito gli esiti nazionali del test 2010, ricevuti in anteprima dal gruppo di lavoro di con.Scienze, con l'avvertenza che non tutti i dati sono già disponibili.

Esiti nazionali 2010	<i>edizione</i>	<i>presenti</i>	≥ 12	%
	9/9/2010	5756	3533	61,38
	1/10/2010	6946	3486	50,19
	straordinarie	641	315	49,99
	totale	13343	7333	54,96



10. Test anticipati 2009 e 2010: esiti locali e qualche considerazione

Nell'ambito delle attività di orientamento collegate con il Progetto Lauree Scientifiche, presso la nostra Facoltà si sono svolte, tanto nel marzo 2009 che nel febbraio 2010, edizioni anticipate della prova di verifica delle conoscenze. Esse hanno coinvolto studenti dell'ultimo anno, prevalentemente iscritti a Licei Scientifici o Scientifico-Tecnologici ma anche a Licei Classici e Istituti Tecnici.

Nel 2009 hanno partecipato al test 292 studenti provenienti per la maggior parte da 11 scuole di Milano e provincia. Di essi 197 (un po' meno del 68% del totale) hanno risposto correttamente ad almeno 12 domande di "matematica di base" e 178 (cioè circa il 61%) sono stati esonerati usando il criterio di esonero citato nel paragrafo 6 e costruito a posteriori, proprio partendo da questa prova. Infatti gli esoneri non avrebbero raggiunto il 40% se si fosse mantenuta la richiesta, concordata con le scuole coinvolte, che le risposte corrette fossero globalmente almeno 27, di cui almeno 12 in domande di "matematica di base" e almeno 5 in domande di ciascuna delle due sezioni di scienze di base.

La situazione si è ripetuta nella prova anticipata del 2010, cui hanno partecipato 541 studenti provenienti da 39 scuole di molte province lombarde. Di essi, 438 (cioè quasi l'81% del totale) hanno risposto correttamente ad almeno 12 domande di "matematica di base", ma con il criterio più stretto se ne sarebbero potuti esonerare solo 160 (cioè circa il 30% del totale). Invece, con il criterio di esonero stabilito nell'anno precedente, i numeri sono più che raddoppiati, passando a 358 esoneri, a conferma del fatto che gran parte degli studenti, anche provenienti dagli Istituti più sensibili ai problemi

dell'educazione scientifica e dell'orientamento, naviga in una non troppo aurea mediocritas.

Piuttosto che mostrare qualche altro arido istogramma di esiti, è forse meglio vedere quali indicazioni si possono trarre da queste esperienze.

Innanzitutto bisogna dire che gli studenti che si sono sottoposti al test anticipato lo hanno fatto per scelta propria e non perché l'insegnante avesse iscritto la classe intera all'iniziativa; quindi erano quasi tutti fortemente motivati (anche se non tutti per ragioni corrette: qualcuno l'ha vissuto come un esercizio propedeutico ai test di selezione, altri come un modo per acquisire crediti in vista dell'esame di Stato). Nonostante l'impegno, solo quattro studenti nel 2010 (e uno nel 2009) hanno risposto esattamente alle 25 domande del modulo di "matematica di base" e uno in ciascun anno ha risposto esattamente alle 20 domande di scienze di base, ma nessuno è riuscito a rispondere correttamente a tutte le 45 domande del test, il che testimonia che anche una prova a scelta multipla, con domande relativamente semplici, può non risultare complessivamente facile.

La difficoltà talora risiede in competenze trasversali che vengono comunque sollecitate dal test, anche se non esplicitamente richiamate nei syllabi.

Ad esempio è evidente a chi svolge azione di sorveglianza al test che molti studenti non sanno come gestire il tempo a disposizione: qualcuno si dilunga, ma è più frequente il caso di studenti che si comportano come se il test fosse una gara in cui è importante l'ordine di consegna e non si danno il tempo di riflettere. Ora, la velocità di risposta può essere un valore in qualche test di selezione con un numero molto elevato di domande tutte abbastanza scontate; sicuramente può diventare un fattore di rischio in un test costruito per valutare anche la capacità di comprendere le richieste dei quesiti e compiere brevi ragionamenti.

Essere capaci di discernere tra situazioni simili che richiedono atteggiamenti diversi è sicuramente competenza non banale, ma utile (anche in contesto scientifico).

Questo è un buon motivo per non essere favorevoli al puro allenamento ai test di ingresso: a parte che è importante sviluppare conoscenze e abilità in modo organico e non finalizzandole a una prova, l'allenamento acritico rischia di attivare nello studente procedure meccaniche invece di consapevolezza. Controllando, come si è fatto per il test anticipato 2010, le risposte con le più basse percentuali di esiti favorevoli (quelle in cui sbagliano anche i migliori) sembra emergere che il difetto di fondo stia in una lettura affrettata e in un sostanziale eccesso di sicurezza circa il fatto di essere in grado di rispondere, perché si ritiene di conoscere il problema, senza curarsi del fatto che possa essere variato in qualche piccolo dettaglio.

D'altra parte può essere utile che, prima di sostenere un test di ingresso, lo studente abbia l'occasione di sperimentare un test a risposta multipla, almeno per imparare a sfruttare adeguatamente la struttura a risposta chiusa dei test: qualcuno sembra pensare che si possa scegliere la risposta su base affettiva, senza provare almeno ad abbozzare un ragionamento rigoroso o a impostare i problemi usando carta e penna; assai più spesso lo studente, se individua una opzione che corrisponde ai suoi conti, non utilizza le altre come strumenti di controllo, anche quando sono molto somiglianti.

Un'ultima considerazione riguarda la ricaduta dei test anticipati sulle immatricolazioni presso una delle Facoltà di Scienze MFN. Nel 2009 si sono iscritti alla nostra Facoltà 67 dei 178 esonerati (e 12 hanno chiesto un certificato con l'elenco dei punteggi riportati,

che presumibilmente è servito per iscriversi a un'altra Facoltà di Scienze); nel 2010, solo 77 dei 358 esonerati si sono iscritti da noi e altri 71 hanno chiesto il certificato: in entrambi i casi si tratta di poco più del 40% di chi aveva diritto. Anche ipotizzando che alcuni dei rimanenti si siano iscritti a Biotecnologie Industriali e Ambientali (che, pur facendo parte della nostra Facoltà, non aderisce al sistema di verifica delle conoscenze di con.Scienze), pare che non ci si debba aspettare che il superamento della prova anticipata incentivi le immatricolazioni.

12. Domande critiche

Dall'esame delle risposte date ai singoli quesiti emergono dati sicuramente non nuovi, ma che può essere utile riproporre.

Tra le domande che mettono in crisi anche gli studenti migliori ci sono questioni di proporzionalità – specialmente se relative a rappresentazioni in scala – e di percentuali, almeno se formulate come problemi inversi. Si tratta di conoscenze che dovrebbero essere possedute già alla fine della scuola secondaria di primo grado e che dovrebbero far parte del bagaglio culturale del cittadino medio, ma probabilmente non vengono più riprese negli anni successivi e, mai fatte proprie, vengono completamente dimenticate.

In generale, le maggiori difficoltà si presentano quando per rispondere alla domanda occorre realizzare un modello, sia esso di tipo concreto, come una tabella o un disegno, o più formale, come un'equazione. Pare che molti studenti non siano abituati ad affrontare un problema che non sia già stato codificato e che non siano capaci di aiutarsi nella soluzione costruendosi degli esempi, usando le mani se serve: è quindi quasi ovvio che abbiano scarso successo i quesiti in cui è necessario trovare una sia pur elementare strategia di conteggio (situazione alla quale si riconducono le domande etichettate come domande di combinatoria o probabilità).

Altre domande che hanno percentuale di risposta piuttosto bassa sono quelle di argomento geometrico, specialmente se ambientate nello spazio, poiché in questo caso gioca un ruolo negativo la scarsa capacità di visualizzare anche oggetti semplici, come parallelepipedi, cubi, cilindri e sfere.

Infine, molti errori hanno origine in una lettura approssimativa del testo, tanto più frequente quanto più il testo è lungo e articolato e in una difettosa applicazione della logica. Quesiti riproposti in più edizioni sembrano indicare che più di metà degli studenti, anche di formazione liceale, sia convinta che la negazione di “nessuno” sia “tutti”. È possibile che in realtà questi studenti abbiano abbastanza chiaro che basta trovare un controesempio per inficiare una affermazione, ma che non siano in grado di individuare la formulazione corretta di tale intuizione. In ogni caso sembra che per attivare le competenze necessarie a evitare questo tipo di errori sia necessario un lavoro congiunto dei docenti di lettere e matematica e, ove presente, di filosofia.

13. Considerazioni finali

La descrizione dei tratti salienti del test nazionale (e delle sue applicazioni locali) riportata in questo resoconto rispecchia la situazione attuale: l'esperienza acquisita porta però a progettare ed attuare modifiche che possono anche essere vistose. La più evidente, anche se forse non così importante dal punto di vista metodologico, è costituita dalla possibilità di somministrare la prova in modalità telematica (ma sempre in ambiente rigidamente controllato) con il supporto tecnico del CINECA. La nostra

Facoltà ha sperimentato questa modalità nelle prove del 2010, utilizzandola con percentuali di candidati che sono salite dal 6,5% della prova anticipata, al quasi 40% della prima e 77% della seconda edizione del test di ingresso, al quasi 100% delle ultime tre.

Dal punto di vista dei candidati, le reazioni alla variazione sono state positive: istruzioni alla mano, basta poco per capire come utilizzare i pochi comandi disponibili. Resta però il sospetto che, anche se a ciascun candidato vengono consegnati fogli per svolgere gli esercizi, la modalità più tecnologica incentivi in alcuni un atteggiamento più frettoloso e distratto. Dal punto di vista di chi gestisce le prove localmente, il problema maggiore è individuare un sufficiente numero di postazioni telematiche adeguatamente protette, problema che potrà essere probabilmente aggirato in futuro aumentando il numero di edizioni della prova. L'ideale, da un punto di vista logistico, ma anche per le ricadute sulla preparazione iniziale, sarebbe di poter svolgere le prove direttamente nelle scuole.

14. Test di esempio

Per i motivi relativi alla banca dati sopra citati, non è possibile rendere noti i quesiti che sono stati assegnati nelle varie edizioni del test di verifica. Le 25 domande che seguono fanno parte di una simulazione disponibile al pubblico sul sito del test. Per ciascuna domanda viene fornita la risposta corretta, la classificazione in base agli argomenti del syllabus di “matematica di base” e una o più parole chiave.

1. Per tutti i valori di p e q diversi da zero, l'espressione:

$$p^{-1}q^{-1}(q+2p)$$

è equivalente a:

- A** $\frac{1}{p} + \frac{2}{q}$
B $\frac{1}{p} + 2$
C $\frac{q}{p} + \frac{2p}{q}$
D $\frac{q}{p} + \frac{2}{q}$

Risposta corretta: A	Argomenti: Algebra
Parole chiave: manipolazione di espressioni algebriche	

2. L'indice di massa corporea BMI (Body Mass Index) di un individuo è il rapporto fra il peso, espresso in kg, e il quadrato dell'altezza, espressa in metri. Io peso 80 kg e ho un BMI uguale a 30. Inoltre so che se dimagrisco di N kg, allora il mio BMI si ridurrebbe a 24. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?
- A $13 < N \leq 15$
 - B $15 < N \leq 17$
 - C $17 < N \leq 19$
 - D $19 < N \leq 21$

Risposta corretta: B	Argomenti: Modellizzazione
Parole chiave: relazioni-formule-linguaggio; comprensione; equazioni	

3. Sia f la funzione definita da $f(x) = x^3 + 8$. Per quale x si ha che $f(x)$ è il doppio del valore della funzione in $x = 0$?
- A 16
 - B 0
 - C 2
 - D -2

Risposta corretta: C	Argomenti: Funzioni
Parole chiave: Linguaggio funzioni	

4. Un club esclusivo di appassionati di automobili d'epoca può avere per statuto al più 11 membri. Inoltre ogni membro deve avere un numero dispari di tali automobili, non superiore a 31, e due membri non possono avere lo stesso numero di auto. Qual è il massimo numero di automobili che possono avere complessivamente i membri del club?
- A 211
 - B 231
 - C 201
 - D 251

Risposta corretta: B	Argomenti: Modellizzazione
Parole chiave: comprensione	

5. Il numero $(\sqrt{3})^{10}$ è uguale a
- A $\sqrt{3^5}$
 - B 3^5
 - C $20\sqrt{3}$
 - D $10\sqrt{3}$

Risposta corretta: B	Argomenti: Numeri
Parole chiave: potenze; radici	

6. Si indichi l'insieme delle soluzioni della disequazione

$$|x| < 2x + 3.$$

- A $x > -1$
- B $x > 0$
- C $x < -1$
- D $-1 < x < 0$

Risposta corretta: A	Argomenti: Algebra – Funzioni
Parole chiave: disequazioni; valore assoluto	

7. Si dice che dei numeri a_1, a_2, a_3 sono in progressione geometrica se c'è un numero k tale che $a_3 = ka_2$ e $a_2 = ka_1$. Fra le seguenti terne di numeri ce n'è una e una sola formata da numeri in progressione geometrica.

♣: $\frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{4}{15}$ ♦: $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{9}{16}$ ♥: $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{3}{25}$ ♠: $\frac{1}{5}, \frac{2}{15}, \frac{3}{20}$

Quale?

- A La terna ♣
- B La terna ♦
- C La terna ♥
- D La terna ♠

Risposta corretta: C	Argomenti: Modellizzazione – Numeri
Parole chiave: comprensione; frazioni	

8. La dose consigliata di un certo medicinale è di 30 gocce al giorno, che corrispondono a 3 milligrammi di principio attivo. Sapendo che la concentrazione del principio attivo è di 2,5 milligrammi per millilitro, qual è il volume di una goccia?

- A 0,04 millilitri
- B 0,06 millilitri
- C 0,12 millilitri
- D 0,25 millilitri

Risposta corretta: A	Argomenti: Modellizzazione – Numeri
Parole chiave: comprensione; numeri decimali	

9. Si considerino tutti gli anagrammi della parola 'FUNGHI', ovvero tutte le parole che si ottengono permutando le sei lettere. Tra esse, quante sono le parole che *non* cominciano per "F"?

- A 360
- B 600
- C 720
- D 120

Risposta corretta: B	Argomenti: Combinatoria e Probabilità
Parole chiave: combinatoria	

10. L'allenatore di una squadra di calcio ha sintetizzato nella tabella che segue i risultati della propria squadra nell'ultima stagione. In ogni riga, a destra è riportato in quante partite è stato segnato il numero di gol indicato a sinistra.

Numero gol	Numero partite
0	8
1	11
2	15
3	1
4	1

Sia M il numero medio di gol segnati in una partita. Allora vale:

- A $1,1 < M < 1,2$
- B $1,2 < M < 1,3$
- C $1,3 < M < 1,4$
- D $1,4 < M < 1,5$

Risposta corretta: C	Argomenti: Modellizzazione – Numeri
Parole chiave: comprensione; media aritmetica	

11. Se il punto $P(c, 3)$ appartiene al grafico della funzione $f(x) = 2^x$, allora c è uguale a

- A $\frac{3}{2}$
- B $\log_2 3$
- C 2^{-3}
- D Nessuno degli altri valori

Risposta corretta: B	Argomenti: Funzioni
Parole chiave: grafici; logaritmi	

12. È dato il polinomio

$$P(a) = a^3 - a^2 - 3a + 1.$$

Allora $P(\sqrt{2})$ è uguale a

- A $-1 + \sqrt{2}$
- B $3 - \sqrt{2}$
- C $-1 - \sqrt{2}$
- D $3 + \sqrt{2}$

Risposta corretta: C	Argomenti: Funzioni – Numeri
Parole chiave: linguaggio funzioni; radici	

13. Si risolva il sistema

$$\begin{cases} x - 2y = 0 \\ 2x + z = 4 \\ y + z = 1 \end{cases}$$

Se (a, b, c) è la soluzione del sistema, allora $a + b + c$ è uguale a:

- A 4
- B 3
- C 1
- D 2

Risposta corretta: B	Argomenti: Algebra
Parole chiave: sistemi; concetto di soluzione	

14. Sia c la soluzione dell'equazione $\log_2(x + 1) = -2$. Allora

- A $-\frac{3}{2} < c < -1$
- B $-1 < c < -\frac{1}{2}$
- C $-\frac{1}{2} < c < 0$
- D $0 < c < \frac{1}{2}$

Risposta corretta: B	Argomenti: Numeri
Parole chiave: logaritmo; confronti e stime	

15. Un solido S è costituito da due cubi sovrapposti, in modo che due facce dei cubi coincidano. Se lo spigolo di ciascun cubo misura 1, qual è la massima lunghezza possibile di un segmento che unisce due punti S ?

- A $2\sqrt{2}$
- B $2\sqrt{3}$
- C $\sqrt{5}$
- D $\sqrt{6}$

Risposta corretta: D	Argomenti: Geometria
Parole chiave: figure nello spazio; visualizzazione; Pitagora	

16. Quanto vale il prodotto dei due numeri $1,7 \cdot 10^6$ e $1,3 \cdot 10^{-7}$?

- A 0,221
- B 22,1
- C 2,21
- D 0,0221

Risposta corretta: A	Argomenti: Numeri
Parole chiave: potenze; numeri decimali	

17. Sommando i quadrati di due numeri a e b si ottiene 58. Si sa inoltre che $ab = -21$. Allora $(a - b)^2$ è uguale a:

- A 16
- B 79
- C 100
- D 36

Risposta corretta: C	Argomenti: Algebra
Parole chiave: manipolazione di espressioni algebriche	

18. Se non è vero che tutti i cittadini italiani nati il 1° gennaio 1950 hanno almeno un capello bianco, allora quale tra le seguenti affermazioni è vera?

- A Tutti i cittadini italiani nati il 1° gennaio 1950 hanno almeno un capello nero
- B Tutti i cittadini italiani nati il 1° gennaio 1950 che non hanno i capelli neri sono calvi
- C Almeno un cittadino italiano nato il 1° gennaio 1950 non ha capelli bianchi
- D Almeno un cittadino italiano nato il 1° gennaio 1950 ha almeno un capello nero

Risposta corretta: C	Argomenti: Logica
Parole chiave: negazione	

19. Una sola delle funzioni indicate sotto soddisfa per ogni x reale la condizione $f(x) < 3$. Quale?

- A $f(x) = 2^x - 3$
- B $f(x) = 3 \cdot 2^{-x}$
- C $f(x) = 3 - 2^x$
- D $f(x) = 2^{x-3}$

Risposta corretta: C	Argomenti: Funzioni
Parole chiave: linguaggio funzioni; funzioni elementari	

20. In un triangolo prendo i punti medi dei lati e considero un secondo triangolo che ha questi punti come vertici. Il rapporto fra l'area del secondo triangolo e l'area del triangolo iniziale:

- A è $\frac{1}{3}$
- B è $\frac{1}{4}$
- C è $\frac{1}{2}$
- D dipende dal triangolo che si considera

Risposta corretta: B	Argomenti: Geometria
Parole chiave: triangoli simili; area	

21. Dato un rettangolo, si aumenta la sua base del 40% e si diminuisce l'altezza del 50%. Allora di quanto diminuisce in percentuale l'area del rettangolo iniziale?

- A del 25%
- B del 30%
- C del 35%
- D del 40%

Risposta corretta: B	Argomenti: Modellizzazione – Geometria
Parole chiave: percentuali; problema	

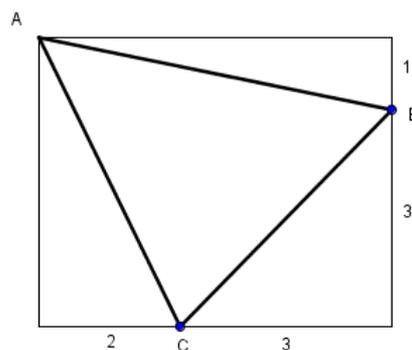
22. La retta di equazione $y = 2 - 3x$ incontra gli assi cartesiani in due punti A e B. Quanto misura il segmento AB?

- A $\frac{2}{3}\sqrt{10}$
- B $2\sqrt{\frac{2}{3}}$
- C $\frac{1}{2}\sqrt{5}$
- D $\frac{1}{3}\sqrt{17}$

Risposta corretta: A	Argomenti: Geometria
Parole chiave: equazione della retta; coordinate; Pitagora	

23. In figura è rappresentato un triangolo ABC i cui vertici sono sui lati di un rettangolo. In riferimento alle misure indicate nella figura, qual è l'area del triangolo ABC?

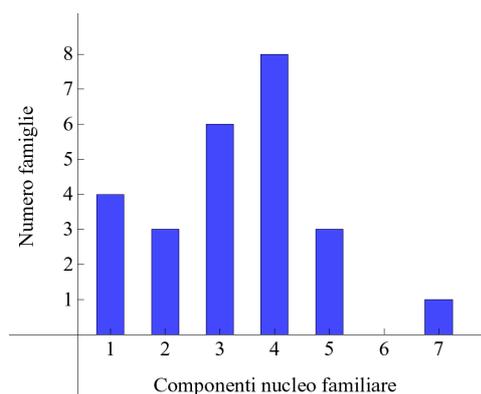
- A 8
- B 8,5
- C 9
- D 9,5



Risposta corretta: C	Argomenti: Geometria
Parole chiave: figure piane; area	

24. In un'intervista è stato chiesto a 25 adulti di indicare il numero di componenti del proprio nucleo familiare. I dati raccolti sono rappresentati nell'istogramma in figura. Qual è la percentuale di famiglie composte da almeno quattro persone?

- A 64%
- B 52%
- C 48%
- D 32%



Risposta corretta: C	Argomenti: Modellizzazione
Parole chiave: rappresentazione dati; percentuali; comprensione	

25. Qual è il valore della seguente espressione?

$$-\frac{1}{2} - \frac{3}{4}$$

$$-3 + \frac{3}{4}$$

- A $-1/6$
- B $5/9$
- C $45/16$
- D $-1/9$

Risposta corretta: B	Argomenti: Numeri
Parole chiave: frazioni	

Riferimenti

Presentazione del sistema di prove di verifica di con.Scienze:

<http://www.testingressoscienze.org/index.html>

“Linee Guida” del PLS 2009-2012:

http://www.istruzione.it/alfresco/d/d/workspace/SpacesStore/2bd1a638-fcda-4f86-89b3-0fb6fa5e0d34/Linee%20Guida%20PLS_stesura%20FINALE_0912.pdf

“La Matematica per le altre discipline”:

<http://umi.dm.unibo.it/old/italiano/Editoria/NUMI2006/MATTONCINI.pdf>

Per l'azione trasversale e l'inizio della storia dei test nazionali si veda, alle pagine 59-105 del volume “Annali della Pubblica Istruzione” 2007/2-3, a cura di Speranzina Ferraro, l'intervento di Gabriele Anzellotti e Francesca Mazzini: *Il Progetto di Orientamento e di Formazione degli Insegnanti – Area Matematica*:

http://www.annaliistruzione.it/riviste/annali/pdf/ANNALI2_3_2007.pdf

Infine, per le iniziative PLS presso la Facoltà di Scienze dell'Università degli Studi di Milano:

<http://www.scienzefn.unimi.it/pls.html>